Письма в ЖЭТФ, том 64, вып.4, стр.294 - 296 © 1996г. 25 августа

К ПОИСКУ РАЗРЕШЕНИЯ ПАРАДОКСА БЕЛЛА

А.В.Белинский

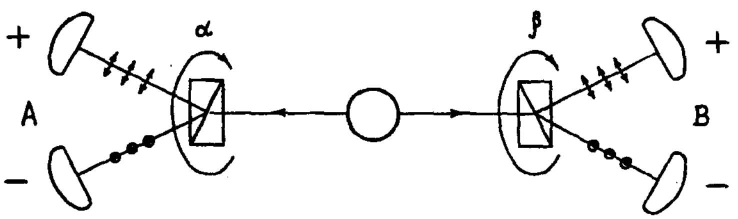
Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 июня 1996 г.
После переработки 17 июля 1996 г.

Показано, что наблюдаемые в оптических экспериментах нарушения неравенств Белла допускают адекватное объяснение в рамках модели, использующей четырехмерные совместные вероятности, которое не противоречит локальной теории скрытых переменных. Для подлинной экспериментальной демонстрации парадокса Белла необходимо при усреднении учитывать одиночные фотоотсчеты.

PACS: 03.65.Bz

В экспериментах [1] и др. зарегистрировано нарушение неравенств Белла, что расценивается как опровержение теории скрытых переменных. Этот вывод подвергается сомнению в [2]. Данная работа дает дополнительные аргументы в пользу подобного рода сомнений.



Источник излучает пару фотонов с коррелированными поляризациями, которые регистрируются двумя парами идентичных детекторов. Перед детекторами установлены анализаторы в виде поляризационных призм, направляющих фотон на один из детекторов пары. α и β определяют угловую ориентацию анализаторов.

Рассмотрим схему эксперимента (см. рисунок). Два наблюдателя A и B одновременно регистрируют каждый по одному фотону на детекторах "+" или "−". Если наблюдатель A при ориентации его анализатора под углом α зарегистрировал фотоотсчет на детекторе +, то этому событию приписывается значение $A(\alpha) \equiv A = +1$. Если же это событие произошло при угле α', то $A(\alpha') \equiv A' = +1$. Аналогично кодируются фотоотсчеты на детекторе − (им приписываются значения -1), а также в каналах наблюдателя B. Проводится четыре серии испытаний: в первой измеряются наблюдаемые A и B, во второй - A и B', в третьей - A' и B, в четвертой - A' и B'. Результаты используются для проверки неравенства Белла типа $CHSH$ [3]

$$|\langle AB\rangle + \langle AB'\rangle + \langle A'B\rangle - \langle A'B'\rangle| \leq 2. \tag{1}$$

Обычно в экспериментах учитываются только парные фотоотсчеты, выделяемые схемой совпадений, и средние вычисляются как:

$$\langle AB\rangle_{exper} = \frac{1}{M_{AB}} \sum_{i=1}^{M_{AB}} A_i B_i, \tag{2}$$

где $M_{AB} \gg 1$ – число парных фотоотсчетов в серии испытаний. Здесь и далее выписан лишь момент для первой серии испытаний, поскольку остальные три момента получаются простой заменой нештрихованных символов штрихованными, например, $\langle AB' \rangle_{exper} = \frac{1}{M_{AB'}} A_i B'_i$.

Четырехмодовая квантовая модель дает следующий результат

$$\langle AB \rangle_{exper} = \frac{\langle AB \rangle_{quant}}{\langle |AB| \rangle_{quant}} = \cos 2(\alpha - \beta). \tag{3}$$

При $\alpha = 0$, $\alpha' = -\pi/4$, $\beta = -\pi/8$, $\beta' = \pi/8$ получаем противоречие с (1): $2\sqrt{2} \le 2$.

Покажем далее, что это противоречие допускает адекватное объяснение в рамках модели, использующей четырехмерные совместные вероятности $P_{AA'BB'}(a, a', b, b')$, которые далее для краткости будем обозначать просто как (a, a', b, b'), например, $P_{AA'BB'}(a = +1, a' = 0, b = -1, b' = -1) = (+0--)$. Нули соответствуют отсутствию фотоотсчетов, например, вследствие неидеальности детекторов. Переменные, таким образом, полагаем трихотомными: a, a', b, $b' = 0, \ \pm 1$.

Возможность описания эксперимента при помощи четырехмерных совместных вероятностей предполагает одновременное существование значений наблюдаемых, описываемых некоммутирующими операторами (например, A и A'), то есть допускается их априорное существование до измерения, а, следовательно, и существование скрытых переменных [4].

Положим

$$(+0+0) = (-0-0) = \frac{1}{8}\cos^2(\alpha - \beta), \quad (+0-0) = (-0+0) = \frac{1}{8}\sin^2(\alpha - \beta), \tag{4}$$

$$(0++0) = (0--0) = \frac{1}{8}\cos^2(\alpha' - \beta), \quad (0+-0) = (0-+0) = \frac{1}{8}\sin^2(\alpha' - \beta),$$

$$(+00+) = (-00-) = \frac{1}{8}\cos^2(\alpha - \beta'), \quad (+00-) = (-00+) = \frac{1}{8}\sin^2(\alpha - \beta'),$$

$$(0+0+) = (0-0-) = \frac{1}{8}\cos^2(\alpha' - \beta'), \quad (0+0-) = (0-0+) = \frac{1}{8}\sin^2(\alpha' - \beta')$$

и остальные $(a, a', b, b') = 0$, тогда, согласно (2),(4),

$$\langle AB \rangle_{exper} = \frac{\langle AB \rangle}{\langle |AB| \rangle} = \cos 2(\alpha - \beta), \tag{5}$$

что совпадает с предсказаниями квантовой теории, и дает нарушение (1).

Итак, регистрация только парных совпадений не позволяет выявить отличий между предсказаниями квантовой теории и локальной теории скрытых переменных. Установить такие отличия можно, если вместо (1) попытаться обнаружить нарушения неравенства

$$|\langle AB \rangle + \langle AB' \rangle + \langle A'B \rangle - \langle A'B' \rangle| \le N_{AB} + N_{A'B'}, \tag{6}$$

$$N_{AB} = N_A + N_B - M_{AB} = \langle |A| \rangle + \langle |B| \rangle - \langle |AB| \rangle, \tag{7}$$

которое выводится исходя из предположения существования неотрицательных четырехмерных совместных вероятностей. В справедливости (6) легко убедиться, выписывая моменты как

$$\langle A \rangle = \sum_{a,a',b,b'} a P_{AA'BB'}(a, a', b, b'), \quad \langle AB \rangle = \sum_{a,a',b,b'} ab P_{AA'BB'}(a, a', b, b') \tag{8}$$

и так далее.

Можно также использовать (1), производя усреднение по полному количеству реализаций в серии испытаний N_{AB}, включающему как парные, так и одиночные фотоотсчеты:

$$\langle AB\rangle_{exper} = \frac{1}{N_{AB}} \sum_{i=1}^{M_{AB}} A_i B_i. \qquad (9)$$

При этом должно выполняться условие $N_{AB} = N_{AB'} = N_{A'B} = N_{A'B'} = N \gg 1$, то есть скорость счета детекторов должна быть одинаковой, что обычно и имеет место в экспериментах с идентичными детекторами.

Четырехмодовая квантовая модель предсказывает

$$\langle AB\rangle_{exper} = \frac{\langle AB\rangle_{quant}}{(N_{AB})_{quant}} = \frac{\eta \cos 2(\alpha - \beta)}{2-\eta}, \qquad (10)$$

следовательно, нарушение (1), в котором средние определены в соответствии с (9), либо нарушение (6) возможно при квантовой эффективности детекторов $\eta > 2/(1+\sqrt{2}) \approx 0.83$ и в отсутствие ложных фотоотсчетов.

Можно также попытаться проверить выполнение неравенств типа

$$P_{AB}(a,b) + P_{AB'}(a,b') + P_{A'B}(a',b) - P_{A'B'}(a',b') \le P_A(a) + P_B(b), \qquad (11)$$

вывод которых также связан с допущением существования неотрицательных четырехмерных совместных вероятностей.

Хотя мне не известно о проведении подобных экспериментов, проанализируем возможную интерпретацию нарушения неравенств Белла типа (6) или (11). С формальной точки зрения такой результат означал бы невозможность описания эксперимента с помощью четырехмерных совместных вероятностей. Необходим был бы переход либо к двумерным вероятностям, независимо описывающим каждую серию эксперимента (что соответствует ортодоксальной интерпретации квантовой механики), либо к восьмимерной вероятности (что является проявлением квантовой нелокальности [4]). В обоих случаях необходимость отказа от четырехмерных вероятностей можно рассматривать как свидетельство того, что в приготовлении квантового состояния поля, которое принято называть бифотонным, участвует не только источник, но и приемный тракт, т.е. проведение эксперимента нельзя разделять на априорную (испускание фотонов) и апостериорную (их детектирование) фазы. Другими словами, "фотон является фотоном, лишь если это – зарегистрированный фотон" [5].

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-02-16334а).

---

1. A.Aspect, P.Grangier, and G.Roger, Phys. Rev. Lett. **47**, 460 (1981); **49**, 91 (1982); A.Aspect, J.Dalibar, and G.Roger. Phys. Rev. Lett. **49**, 1804 (1982).
2. E.Santos, Phys. Rev. Lett. **66**, 1388, 3227 (1991); Phys. Rev. **A46**, 3646 (1992).
3. J.F.Clauser, M.A.Horne, A.Shimony, and R.A.Holt, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
4. Н.В.Евдокимов, Д.Н.Клышко, В.П.Комолов, В.А.Ярочкин, УФН **166**, 91 (1996).
5. Д.Н.Клышко, УФН **164**, 1187 (1994).