Письма в ЖЭТФ, том 64, вып.5, стр.350 - 354 © 1996г. 10 сентября

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И ПОВЕРХНОСТНОЕ КРИТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ d-СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Е.А.Шаповал[1)]

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы

117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 июля 1996 г.

После переработки 24 июля 1996 г.

На основе общих граничных условий к уравнениям Гинзбурга – Ландау для однокомпонентных анизотропных сверхпроводников при зеркальном, диффузном и комбинированном законе отражения квазичастиц от поверхности получены граничные условия и найдено поверхностное критическое поле для сверхпроводников с d-симметричным потенциалом взаимодействия в зависимости от длины экстраполяции и температуры.

PACS: 74.80.-g

Феноменологическая теория Гинзбурга—Ландау оказалась успешно применимой и к высокотемпературным сверхпроводникам независимо от микроскопического механизма ВТСП. При этом большинство объемных эффектов, описываемых этой теорией, не зависят для однокомпонентных сверхпроводников от симметрии параметра порядка. Напротив, поверхностные эффекты, связанные с граничными условиями к уравнениям Гинзбурга – Ландау, оказываются крайне чувствительны к симметрии параметра порядка, ориентации поверхности относительно кристаллографических осей, закону отражения квазичастиц от поверхности. Большинство современных данных, относящихся к высокотемпературным сверхпроводникам, указывает на d-симметрию параметра порядка, поэтому исследование поверхностных эффектов именно в этом случае представляет особый интерес. Здесь на основе общих граничных условий для анизотропных однокомпонентных сверхпроводников в случае их контакта с вакуумом (диэлектриком) [1] в рамках ферми-жидкостной модели получены граничные условия (длина экстраполяции) для сверхпроводников с d-симметричным параметром порядка в зависимости от ориентации поверхности и закона отражения квазичастиц от нее, а затем критическое поле поверхностной сверхпроводимости в зависимости от длины экстраполяции и температуры. Аналогичная задача для тяжелофермионных сверхпроводящих соединений (типа UPt_3) при зеркальном отражении была недавно рассмотрена Самохиным [2].

Мы будем иметь дело с уравнением Гинзбурга – Ландау, написанном в виде

$$\left[\tau + (\xi^2)_{ij}\hat{\Pi}_i\hat{\Pi}_j + B|\Psi(\mathbf{r})|^2\right]\Psi(\mathbf{r}) = 0, \tag{1}$$

где $\tau = (T - T_c)/T_c$, а оператор $\hat{\Pi} = (\nabla - 2ie\mathbf{A})$. Волновая функция куперовской пары $\Psi(\mathbf{r})$ связана с параметром порядка $\Delta(\mathbf{r},\mathbf{p})$ через собственную функцию

1)e-mail: shap@cvsi.rc.ac.ru

интегрального уравнения с потенциалом взаимодействия $U(\mathbf{p},\mathbf{p})$ в качестве ядра, соответствующую максимальному собственному значению λ [3]:

$$\lambda\phi(\mathbf{p}) = \frac{1}{\nu}\int U(\mathbf{p},\mathbf{p}')\phi(\mathbf{p}')\frac{d\sigma'}{(2\pi)^3 v'} \equiv \langle U(\mathbf{p},\mathbf{p}')\phi(\mathbf{p}')\rangle', \tag{2}$$

$$\Delta(\mathbf{p},\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{p})\Psi(\mathbf{r}). \tag{3}$$

Интегрирование (усреднение) в (2) производится по поверхности Ферми, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{v}$ — импульс и скорость Ферми, соответствующие элементу ферми-поверхности $d\sigma$, ν — плотность состояний на поверхности Ферми. Функция $\phi(\mathbf{p})$ нормирована так, что $\langle\phi^2(\mathbf{p})\rangle = 1$, а тензор квадрата длины когерентности

$$(\xi^2)_{ij} = \frac{7\zeta(3)}{(4\pi T_c)^2}\langle\phi^2(\mathbf{p})\, v_i v_j\rangle. \tag{4}$$

Следуя де Женну [4] и считая, что поверхность сверхпроводника лежит в плоскости $x = 0$, напишем граничные условия к уравнению Гинзбурга-Ландау (1) в виде

$$\hat{\Pi}_x\Psi(x)\Big|_{x=0} = \frac{1}{b}\Psi(0), \tag{5}$$

где длина экстраполяции b находится из линеаризованного интегрального уравнения для параметра порядка, ядро которого проще всего вычислить методом квазиклассических траекторий [5], обобщенным на анизотропные сверхпроводники в цитированной работе [1]. Приведем полученные в этой работе результаты для длины экстраполяции в удобном для последующего применения виде.

При зеркальном отражении

$$\frac{\xi_\perp}{b} = \beta_{spec}^{-1} = \frac{\pi}{16T_c\xi_\perp}\left[\langle\phi^2(\mathbf{p})|v_x|\rangle - \langle\phi(\mathbf{p})\phi(\mathbf{p}')|v_x|\rangle\right], \tag{6}$$

где $\xi_\perp^2 = (\xi^2)_{xx}$, ферми-векторы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$ связаны условием равенства их проекций на поверхность отражения, а симметрия в случае анизотропной ферми-поверхности относительно падающих и отраженных квазичастиц обеспечена тем, что $\langle\phi(\mathbf{p})\phi(\mathbf{p}')|v_x|\rangle = \langle\phi(\mathbf{p})\phi(\mathbf{p}')|v_x'|\rangle'$ в силу определения операции усреднения (2).

При диффузном отражении

$$\frac{\xi_\perp}{b} = \beta_{diff}^{-1} = \frac{\pi}{16T_c\xi_\perp}\left[\langle\phi^2(\mathbf{p})|v_x|\rangle - \frac{\langle\phi(\mathbf{p})|v_x|\rangle^2}{\langle|v_x|\rangle}\right]. \tag{7}$$

Для описания более сложного закона отражения от поверхности обычно используют простую модель, в которой квазичастица с вероятностью p отражается диффузно, а с вероятностью $(1-p)$ – зеркально. В таком случае обратная относительная длина экстраполяции

$$\xi_\perp/b = \beta_{comb}^{-1} = p\beta_{diff}^{-1} + (1-p)\beta_{spec}^{-1}. \tag{8}$$

Долю диффузного отражения p, зависящую от отношения размеров шероховатости поверхности к длине волны де Бройля квазичастиц, можно оценить, исходя из работы Фальковского [6].

Полученные значения длины экстраполяции, справедливые для любых анизотропных сверхпроводникев с однокомпонентным параметром порядка, применим к d-сверхпроводникам. Рассмотрим случай, когда отражающая поверхность параллельна кристаллографической оси c, поверхность Ферми цилиндрическая, а собственная функция d-симметричного потенциала равна

$$\phi(\theta) = \sqrt{2}\cos\left[2\left(\theta - \theta_0\right)\right], \tag{9}$$

где θ – полярный угол в плоскости (p_x, p_y), перпендикулярной оси цилиндра, θ_0 — угол между направлением, где щель максимальна, и осью x. Тогда $\xi_\perp = \xi = \sqrt{7\zeta(3)/8}\, v_F/2\pi T_c = 0.74\xi_0$, где $\xi_0 = 0.18 v_F/T_c$ — обычная длина когерентности, а

$$\beta_{spec}^{-1} = \frac{8\pi^2}{15}\sqrt{\frac{8}{7\zeta(3)}}\sin^2(2\theta_0) = 5.13\sin^2(2\theta_0), \tag{10}$$

$$\beta_{diff}^{-1} = \frac{4\pi^2}{45}\sqrt{\frac{8}{7\zeta(3)}}\left[2 + \sin^2(2\theta_0)\right] = 0.855\left[2 + \sin^2(2\theta_0)\right], \tag{11}$$

$$\beta_{comb}^{-1} = \frac{4\pi^2}{45}\sqrt{\frac{8}{7\zeta(3)}}\left[2p + (6 - 5p)\sin^2(2\theta_0)\right] = 1.71\left[2p + (6 - 5p)\sin^2(2\theta_0)\right]. \tag{12}$$

Таким образом, когда ориентация поверхности меняется от 0 до 45°, β – отношение длины интерполяции к длине когерентности меняется от бесконечности до 0,195 для зеркального отражения и в значительно более узких пределах от 0,585 до 0,390 для диффузного.

Отметим, что полученные в (10)—(12) численные коэффициенты, строго говоря, относятся к приближению слабой связи, но нет оснований сомневаться, что их порядок величины справедлив и для ВТСП.

Обратимся теперь к задаче о поверхностном критическом поле H_{c3}, то есть максимальном магнитном поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$, параллельном поверхности сверхпроводника, при котором впервые появляется нетривиальное решение линеаризованного уравнения Гинзбурга–Ландау

$$\left[\tau + \xi^2\left(d^2/dx^2 - 4e^2H^2(x - x_0)\right)\right]\Psi(x) = 0, \qquad x > 0, \tag{13}$$

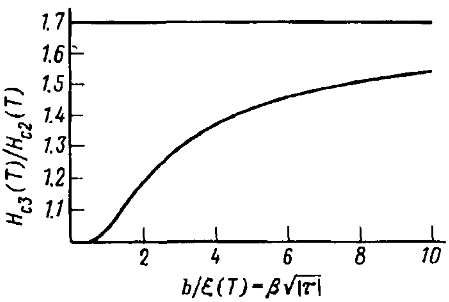
с граничным условием (11). Здесь вектор-потенциал $\mathbf{A} = (0, H(x - x_0), 0)$, а x_0 определяется из условия максимума H.

Введем безразмерные переменные $h = 4eH\xi^2, z = 2\sqrt{eH}x = \sqrt{h}x/\xi$. Решением уравнения (13), убывающим в глубь сверхпроводника, являются функции параболического цилиндра $U(a, z - z_0) = D_{-a-1/2}(z - z_0)$, где $a = \tau/h$. Используя далее граничное условие $(b\sqrt{h}/\xi)U'(a, -z_0) = U(a, -z_0)$ и условие максимума магнитного поля $U''(a, -z_0) = 0$, находим, что $z_0^2 = 4\left(\xi^2/b^2h - a\right)$. Тогда поверхностное критическое поле определяется в неявном виде трансцендентным уравнением

$$U'\left(a, -2\sqrt{\xi^2/b^2h - a}\right) = (\xi/b\sqrt{h})U\left(a, -2\sqrt{\xi^2/b^2h - a}\right), \tag{14}$$

где штрих означает, как принято, дифференцирование по второму аргументу функции параболического цилиндра.

Объемное верхнее критическое поле H_{c2}, определяемое решением того же уравнения (13), но убывающим при $x \to \pm\infty$, во введенных нами безразмерных переменных равно $h_{c2} = -2\tau$, так что параметр $a = -h_{c2}/2h_{c3} = -H_{c2}(T)/2H_{c3}(T)$. В то же время, $\xi^2/b^2|\tau| = 1/\beta^2/|\tau| = \xi^2(T)/b^2$, где $\xi(T) = \xi/\sqrt{|\tau|}$ — обычная длина корреляции, зависящая от температуры. Поэтому на прилагаемом рисунке показано решение уравнения (14) в виде зависимости $H_{c3}(T)/H_{c2}(T)$ от относительной длины экстраполяции и температуры $b/\xi(T) = \beta\sqrt{|\tau|}$, верхняя прямая — асимптотика при $b \to \infty$, соответствующая поверхностному критическому полю Сан-Жама–де Женна для обычного изотропного сверхпроводника, когда $H_{c3}/H_{c2} = 1.695$ [7].



Зависимость отношения поверхностного поля к объемному верхнему критическому полю $H_{c3}(T)/H_{c2}(T)$ от относительной длины экстраполяции и приведенной температуры $b/\xi(T) = \beta\sqrt{|\tau|}$. Верхняя прямая — $H_{c3}/H_{c2} = 1.695$ в пределе $b = \infty$

В предельных случаях малых и больших значений аргумента из (14) и асимптотики функций параболического цилиндра находим

$$\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)} = 1 + \frac{b}{2\sqrt{\pi}\xi(T)} \exp\left(-1 - \frac{\xi^2(T)}{b^2}\right) + \ldots, \qquad \frac{b}{\xi(T)} \ll 1; \tag{15}$$

$$\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)} = 1.695 - 1.682\frac{\xi(T)}{b} + \ldots, \qquad \frac{b}{\xi(T)} \gg 1. \tag{16}$$

Полученные выше результаты для поверхностного критического поля справедливы в той же области температур, где имеют силу уравнения Гинзбурга–Ландау, а применимость последних к ВТСП вблизи температуры перехода не подвергается сомнению.

Из полученных результатов следует, что для d-сверхпроводников при диффузном отражении $0.390 \le \beta = b/\xi \le 0.585$, так что поверхностная сверхпроводимость в магнитном поле практически отсутствует: даже в предельном случае ($\theta_0 = 0, |\tau| = 1, \beta = 0.585$) поверхностное поле H_{c3} превосходит объемное всего лишь на 0.3%.

В случае зеркального отражения при углах $\theta_0 > 15^0$ поверхностная сверхпроводимость также практически отсутствует (H_{c3} превосходит H_{c2} не более, чем на 1%, вплоть до $|\tau| = 1$), при этом не очень ясно, как можно осуществить идеально зеркальное отражение, если $\theta_0 \neq 0$. При $\theta_0 = 0$, когда поверхность $d_{x^2-y^2}$-сверхпроводника перпендикулярна кристаллографической оси a или b

вряд ли можно избежать примеси диффузного отражения, связанного с дислокациями и другими отклонениями от идеальности. Тогда $\beta = 0.585/p$, и уже небольшая примесь диффузного отражения $p \geq 0.05$ дает возможность по температурной зависимости H_{c3}/H_{c2} судить не только о симметрии параметра порядка, но и степени идеальности поверхности, определяемой долей диффузного отражения p.

В заключение отметим, что полученные здесь результаты о зависимости H_{c3}/H_{c2} от длины экстраполяции и температуры полностью применимы и к анизотропным обычным s-сверхпроводникам, где имеет место слабое подавление сверхпроводимости при отражении квазичастиц на границе сверхпроводника и вакуума, так что длина экстраполяции значительно больше длины когерентности, и переходная область $H_{c3}(T)/H_{c2}(T)$ очень узка [1].

Работа поддерживается Научным советом направления "Сверхпроводимость" РНТП "Актуальные направления физики конденсированных сред" и выполнена в рамках проекта 93159.

1. Е.А.Шаповал, ЖЭТФ **88**, 1073 (1985).
2. К.В.Самохин, ЖЭТФ **107**, 906, (1995); Europhys.Lett. **32**, 675 (1995).
3. Л.П.Горьков, Т.К.Мелик-Бархударов, ЖЭТФ **45**, 1493 (1965).
4. P.G. de Gennes, Rev.Mod.Phys. **36**, 225 (1964).
5. Е.А.Шаповал, ЖЭТФ **47**, 1007 (1964); **49**, 930 (1965).
6. Л.А.Фальковский, ЖЭТФ **58**, 1830 (1970).
7. D.Sant-James and P.G. de Gennes, Phys.Lett. **7**, 306 (1963).