Письма в ЖЭТФ, том 64, вып.10, стр.664 - 667

РОЛЬ АНАЛИТИЧНОСТИ КОНСТАНТЫ СВЯЗИ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ ПРИ ОПИСАНИИ ИНКЛЮЗИВНОГО РАСПАДА τ-ЛЕПТОНА В АДРОНЫ

О.П.Соловцова

Объединенный институт ядерных исследований
141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 7 октября 1996 г.

Исследуется роль аналитичности бегущей константы связи КХД при описании процесса инклюзивного распада τ лептона в адроны. Показано, что аналитичность константы связи существенно влияет как на значение α_s, так и на значение параметра Λ, извлекаемые из экспериментальных данных по τ распаду.

PACS: 12.38.-t, 13.35.Dx

1. Инклюзивный характер распада τ лептона в адроны $\tau^- \to h^- + \nu_\tau$ и тот факт, что непертурбативные КХД вклады в этот процесс малы [1], дает возможность в принципе описывать данный процесс в рамках стандартных методов теории поля без каких-либо предположений модельного характера. Измерение отношения адронной ширины распада к лептонной, то есть величины $R_\tau = \Gamma(\tau \to \text{hadrons } +\nu)/\Gamma(\tau \to e\,\nu\bar{\nu})$, позволяет извлекать значение бегущей константы связи α_s в области малых энергий при $Q = M_\tau = 1.777$ ГэВ с высокой точностью. Сравнение этого значения со значениями α_s, найденными при более высоких энергиях, например $\alpha_s(Q^2 = M_Z^2)$, является важным тестом применимости рядов теории возмущений (PT) КХД в широкой области энергий и требует тщательной проверки [2,3]. В настоящее время как экспериментальные, так и теоретические исследования распада τ лептона в адроны интенсивно продолжаются (см. обзоры [2–5]), ставя своей целью уменьшение погрешностей измерений и неопределенностей теоретических вычислений вплоть до процента. Обычно считается, что теоретические неопределенности, которые возникают при вычислении R_τ и которые обычно относят к степенным непертурбативным поправкам, малы [4,5]. Этот факт практически позволяет извлекать $\alpha_s({M_\tau}^2)$, исходя из пертурбативного разложения R_τ^{PT} [1,6,3]. Однако при стандартном описании распада τ лептона в адроны [1] возможность применения PT связана с вполне определенными свойствами адронного коррелятора, благодаря которым исходное выражение для R_τ можно представить в виде, допускающем применение PT. Вместе с тем известно (см., например, [7]), что аппроксимации по PT приводят к нарушению требуемых для такого преобразования аналитических свойств. Таким образом, в рамках стандартной PT самосогласованное описание инклюзивного распада τ лептона в адроны невозможно.

Недавно в работе [8] была предложена аналитическая теория возмущений (APT), в которой правильные аналитические свойства адронного коррелятора не нарушаются. Цель данной заметки состоит в применении APT к описанию инклюзивного распада τ лептона в адроны и в количественной оценке эффекта, связанного с Q^2-аналитичностью бегущей константы связи.

2. Исходное выражение для R_τ может быть записано в виде интеграла по квадрату инвариантной массы s адронной системы конечного состояния от мнимой части коррелятора $\Pi(s)$ с известным кинематическим фактором [1,6]:

$$R_\tau = \frac{2}{\pi}\int_0^{M_\tau^2}\frac{ds}{M_\tau^2}\left(1-\frac{s}{M_\tau^2}\right)^2\left(1+2\frac{s}{M_\tau^2}\right)\mathrm{Im}\Pi(s)\,. \tag{1}$$

Очевидно, что интеграл (1) не может быть вычислен в рамках PT, поскольку интервал интегрирования включает область малых энергий. Однако, используя теорему Коши, интеграл (1) может быть переписан как контурный интеграл по окружности радиуса $|s| = M_\tau^2$ в комплексной плоскости s, что формально позволяет избежать необходимости интегрирования по непертурбативной области малых s в (1). Такое преобразование требует вполне определенных аналитических свойств $\Pi(s)$ и D-функции ($D(s) = -sd\Pi(s)/ds$), а именно, аналитичности в комплексной плоскости s с разрезом по положительной части действительной оси. В результате после интегрирования по частям и применения теоремы Коши исходное выражение (1) для R_τ может быть представлено в виде

$$R_\tau = \frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\oint_{|s|=M_\tau^2}\frac{ds}{s}\left(1-\frac{s}{M_\tau^2}\right)^3\left(1+\frac{s}{M_\tau^2}\right)D(s)\,, \tag{2}$$

который обычно и используется для теоретического анализа.

Следует отметить, что различие в областях интегрирования в начальном выражении (1) для R_τ и в выражении (2), полученном после применения теоремы Коши, приводит к необходимости параметризации $\mathrm{Im}\Pi(s)$ в (1) и $D(s)$ в (2) разными константами связи. Действительно, ренормгрупповой анализ дает бегущую константу связи, определенную в пространственноподобной (евклидовой) области, в то время как исходное выражение (1) содержит интегрирование по времениподобной области и, следовательно, требует некоторой процедуры аналитического продолжения. Для этой цели определим эффективные константы связи в евклидовой (t-канал) и во времениподобной (s-канал) областях $\bar{a}$ и $\bar{a}_s$, соответственно ($a = \alpha_{QCD}/4\pi$), записав $\mathrm{Im}\Pi$ и D в виде

$$D(q^2) \sim 1 + d_1\,a(q^2) + d_2\,a^2(q^2) + \cdots = 1 + d_1\,\bar{a}(q^2)\,, \tag{3}$$

$$\tilde{R}(s) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\Pi(s) \sim 1 + r_1\,a_s(s) + r_2\,a_s^2(s) + \cdots = 1 + r_1\,\bar{a}_s(s)\,. \tag{4}$$

Дисперсионные соотношения для D-функции, которые записываются в предположении вышеупомянутых аналитических свойств, приводят к следующим соотношениям между эффективными константами

$$\bar{a}(q^2) = -q^2\int_0^\infty\frac{ds}{(s-q^2)^2}\,\bar{a}_s(s) \tag{5}$$

$$\bar{a}_s(s) = -\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int_{s-\mathrm{i}\epsilon}^{s+\mathrm{i}\epsilon}\frac{dz}{z}\,\bar{a}(z)\,. \tag{6}$$

Выделив явно КХД вклад δ_τ в R_τ:

$$R_\tau = 3\,(|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2)\,S_{EW}\,(1+\delta_\tau)\,, \tag{7}$$

где $|V_{ud}| = 0.9753$, $|V_{us}| = 0.221$ – матричные элементы Кобаяши–Маскавы, а $S_{EW} = 1.0194$ – электрослабый фактор (см. [1]), из (1) и (2) получаем два эквивалентных представления

$$\delta_\tau = 8\int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2}\left(1-\frac{s}{M_\tau^2}\right)^2\left(1+2\frac{s}{M_\tau^2}\right)\bar{a}_s(s), \tag{8}$$

$$\delta_\tau = 4\frac{1}{2\pi i}\oint_{|z|=M_\tau^2}\frac{dz}{z}\left(1-\frac{z}{M_\tau^2}\right)^3\left(1+\frac{z}{M_\tau^2}\right)\bar{a}(z). \tag{9}$$

Согласно [8], в рамках APT эффективные константы в пространственно-подобной и во времениподобной областях выражаются через спектральную плотность $\varrho(\sigma)$ следующим образом

$$\bar{a}(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{d\sigma}{\sigma - z}\varrho(\sigma), \tag{10}$$

$$\bar{a}_s(s) = \frac{1}{\pi}\int_s^\infty \frac{d\sigma}{\sigma}\varrho(\sigma). \tag{11}$$

Бегущая константа, определенная выражением (10), обладает правильными аналитическими свойствами. В часности, в лидирующем порядке выражение для $\bar{a}(z)$ имеет вид

$$\bar{a}(z) = \frac{1}{\beta_0}\left[\frac{1}{\ln(-z/\Lambda^2)} + \frac{1}{1+z/\Lambda^2}\right], \tag{12}$$

где $\beta_0 = 11 - 2/3n_f$ – первый коэффициент β-функции. Первое слагаемое в (12) определяет асимптотическое поведение при больших импульсах и имеет тот же вид, что и в PT. Второе слагаемое, появляющееся автоматически, восстанавливает правильные аналитические свойства, и призрачный полюс при $z = -\Lambda^2$ в (12) не возникает.

Таким образом, APT позволяет выполнить корректный переход от (1) к (2). Эти выражения, как и должно быть, просто совпадают. В то время как применение PT со стандартным ренормгрупповым улучшением встречает серьезные трудности. В принципе, величину R_τ, представленную в форме контурного интеграла, можно вычислить и в рамках PT, однако обратный переход от (2) к исходному выражению (1) становится невозможным. Причем, оставаясь в рамках PT, нельзя что-либо сказать о погрешности, связанной с переходом от (1) к (2).

3. Для численных оценок будем использовать следующее экспериментальное значение $R_\tau^{exp} = 3.56 \pm 0.03$ [9]. Значения констант связи при $Q = M_\tau$, извлекаемые из этой величины для s- и t-каналов (число активных кварков $n_f = 3$), соответственно равны $\alpha_s = 0.357 \pm 0.020$ и $\alpha = 0.390 \pm 0.021$, что отвечает значению Λ-параметра КХД, равному 390 ± 55 МэВ. Формальная подстановка выражений PT в (9) дает $\alpha^{PT} = 0.377 \pm 0.020$ и $\Lambda^{PT} = 279 \pm 27$ МэВ. Таким образом, корректный учет аналитических свойств приводит к существенному изменению $\simeq 30\%$ значения Λ-параметра. Еще раз подчеркнем, что значение Λ, отвечающее PT, приведено лишь с целью иллюстрации, так как используемое в PT приближение не позволяет перейти от выражения (8) к (9). Отметим также, что различие, найденное в рамках APT

между значениями констант, отвечающих одному и тому же значению Λ в пространственноподобной и во времениподобной областях, составляет $\simeq$ 8%.

В рамках APT аналитичность бегущей константы связи обеспечивается вторым слагаемым в (12), вклад которого в δ_τ равен

$$\Delta_{an} = -2\,\frac{\Lambda^2}{M_\tau^2} + 2\left(\frac{\Lambda^2}{M_\tau^2}\right)^2 + \left(\frac{\Lambda^2}{M_\tau^2}\right)^4 \quad \text{при} \quad M_\tau^2 > \Lambda^2\,. \tag{13}$$

Как видно из (13), аналитичность приводит к степенным поправкам, начиная с $O({M_\tau}^{-2})$. Известно, что такого типа поправки не возникают [1] при применении к τ-распаду операторного разложения. Тем не менее, отсутствие такого рода поправок не является строго установленным фактом, более того, имеются аргументы [10], что такие поправки должны появляться. В рамках рассматриваемого подхода эти поправки автоматически появляются как следствие аналитичности константы связи. Что касается количественной оценки, то Δ_{an} уменьшает, по сравнению с логарифмическим членом, значение КХД вклада на $\simeq$ 20%.

4. В заключение еще раз подчеркнем, что при стандартном описании важного с точки зрения тестирования КХД процесса инклюзивного распада τ лептона в адроны имеются трудности, связанные с проблемой аналитичности константы связи. В настоящей работе показано, что APT дает последовательный метод описания этого процесса. Результаты проведенного анализа демонстрируют важность учета аналитичности не только с принципиальной точки зрения – корректного теоретического описания τ-распада, но и с точки зрения правильного описания Q^2-эволюции константы связи и извлечения параметра Λ_{QCD} из экспериментальных данных. Безусловно, для получения надежной информации из экспериментальных данных по τ распаду следует провести в рамках APT более полный теоретический анализ, оценив вклад от высших порядков и иных поправок, что планируется сделать в ближайшее время.

Мне приятно выразить свою благодарность акад. Д.В. Ширкову за интерес к работе, поддержку и полезные замечания.

---

1. E.Braaten, Phys. Rev. Lett. **60**, 1606 (1988); E.Braaten S.Narison, and A.Pich, Nucl. Phys. B **373**, 581 (1992).
2. S.Bethke, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **39**, 198 (1995); Preprint PITHA 95/14.
3. M.A.Samuel and E. Steinfelds, Nuovo Cim. **107** A, 831 (1994).
4. S.Narison, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **40**, 47 (1995).
5. A.Pich, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **39**, 326 (1995).
6. С.Г.Горишний, А.Л.Катаев, С.А.Ларин, Письма в ЖЭТФ **53**, 121 (1991).
7. H.F.Jones and I.L.Solovtsov, Phys. Lett. B **349**, 441 (1995).
8. D.V.Shirkov and I.L.Solovtsov, JINR Rap. Comm. **2**[76]-96, 5 (hep-ph/9604363); *Talk presented at the Int. Conf. on "Renormalization Group-96"*, Dubna, 26–31 August, 1996.
9. Particle Data Group, Phys. Rev. D **50**, Part I (1994); CLEO Collaboration, Phys. Lett. B **356**, 580 (1995).
10. G.Altarelli, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **40**, 59 (1995).