

## АНОМАЛЬНОЕ ПОДАВЛЕНИЕ ПЛАЗМЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ВЕРОЯТНОСТИ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ В НЕСИММЕТРИЧНЫХ ДВУХБАРЬЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

*А.Б.Пашковский*

*Научно-исследовательский институт "Исток"  
141120 г.Фрязино, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 12 сентября 1996 г.  
После переработки 25 ноября 1996 г.

Для несимметричных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами найдено аналитическое самосогласованное решение нестационарных уравнений Шредингера и Пуассона, описывающих резонансное взаимодействие электронов с высокочастотным полем. Показано, что плазменные колебания ограничивают вероятность переходов между соседними уровнями и аномально сильно (в десятки и сотни раз по сравнению с переходами между соседними уровнями) подавляют вероятность переходов с изменением номера уровня больше чем на единицу.

PACS: 73.30.+y

Исследование прохождения электронов через квантоворазмерные структуры в высокочастотном (ВЧ) электрическом поле весьма актуально как в теоретическом [1, 2], так и в прикладном аспекте [3]. Даже при низких концентрациях электронов и малых по сравнению с  $\omega\epsilon$  проводимостях (здесь  $\omega$  – частота ВЧ поля,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника) в таких структурах наблюдается ряд квантовых эффектов, не имеющих аналогов при статическом транспорте электронов [4]. Ситуация становится еще более необычной и интересной, когда влияние плазменных колебаний (динамического пространственного заряда) становится существенным, например при резонансном взаимодействии электронов с высокочастотным полем в двухбарьерных резонансно-туннельных структурах [5]. Эта задача интересна еще и тем, что в ней для структур, которые, в принципе, могут служить основой для нового типа униполярных лазеров ИК диапазона [6], в малосигнальном приближении удается получить точное аналитическое решение самосогласованных нестационарных уравнений Шредингера и Пуассона.

Пусть моноэнергетический поток электронов с энергией  $\mathcal{E}$  движется слева направо через несимметричную двухбарьерную резонансно-туннельную структуру толщиной  $a$  с тонкими ( $\delta$ -образными) барьерами [7] в отсутствие постоянного электрического поля. Предполагается, что к структуре приложен слабый гармонически изменяющийся потенциал, однородное электрическое поле в структуре изменяется во времени по закону  $E(t) = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ , а пространственный заряд [5] и электрическое поле вне структуры отсутствуют. Влиянием статического пространственного заряда пренебрегается (можно, например, предположить, что он скомпенсирован зарядом ионизованных доноров). Тогда нестационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + H(x)\psi + H(x, t)\psi, \quad (1)$$

$$H(x) = -U(\theta(x) - \theta(x - a)) - U_1\theta(x - a) + \alpha\delta(x)\psi + \alpha\gamma\delta(x - a),$$

$$H(x, t) = -qE[x(\theta(x) - \theta(x - a)) + a\theta(x - a)](e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) + q\varphi[x, t].$$

Здесь  $q$ ,  $m^*$  – заряд и масса электрона;  $\alpha = \varphi_b b$ ;  $\varphi_b$ ,  $b$  – высота и ширина первого барьера;  $\theta(x)$  – единичная функция;  $\gamma$  – численный коэффициент;  $U$  и  $U_1$  – величина скачка дна зоны проводимости на барьерах;  $q\varphi[x, t]$  – изменение потенциальной энергии, связанное с пространственным зарядом.

Решение уравнения (1) с возмущением  $H(x, t) = V_-(x)e^{i\omega t} + V_+(x)e^{-i\omega t}$  можно искать в виде [4, 5]  $\psi = \psi_0 + \psi_1 = \psi_0(x)e^{-i\omega_0 t} + \psi_+(x)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \psi_-(x)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}$ , где  $\psi_0$  – решение невозмущенной задачи,  $\omega_0 = \mathcal{E}/\hbar$ ,  $|\psi_1| \ll |\psi_0|$ . В силу линейности рассматриваемой задачи  $\psi_1 = \psi_1[E] + \psi_1[\varphi]$ . В первом порядке теории возмущений изменение концентрации электронов имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta n(x, t) &= [\psi_0^* \psi_+^* + \psi_0^* \psi_-^*] e^{i\omega t} + [\psi_0^* \psi_+^* + \psi_0^* \psi_-^*] e^{-i\omega t} = \\ &= 2\Delta n(x) \cos[\omega t + \beta(x)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Предположим, что возмущению  $V_{\pm}(x) = -qEx/2$  соответствует изменение концентрации  $n_E \xi(x) \cos(\omega t + \beta_1)$ , которое вызывает некоторое изменение потенциала, в свою очередь модулирующего электронный поток. Допустим, что изменение концентрации электронов, вызванное полем пространственного заряда, имеет ту же координатную зависимость  $\xi(x)$ , что и изменение концентрации, вызванное однородным электрическим полем. Правильность этого допущения будет подтверждена последующим расчетом, и поэтому (см. [5]) полученное ниже решение будет точным решением самосогласованных уравнений Шредингера и Пуассона. Пусть возмущению  $H(x, t) = q\varphi_N(x) \cos \omega t$  ( $V_{\pm} = q\varphi_N(x)/2$ ), где

$$\varphi_N(x) = -\frac{qN}{\epsilon} \int_0^x \int_0^{x'} \xi(x'') dx' dx'' + G_1 x + G_2$$

– соответствующее решение уравнения Пуассона (здесь  $N$  – нормировочная константа, имеющая размерность концентрации, а  $G_1$  и  $G_2$  находятся для каждого конкретного случая из граничных условий), соответствует изменение концентрации  $n_q \xi(x) \cos(\omega t + \beta_2)$ . Обозначим через  $n_q \xi(x) \cos(\omega t + \Omega)$  изменение концентрации, связанное только с пространственным зарядом. Для него можно получить уравнение (см. подробнее [5])

$$n_q \cos(\omega t + \Omega) = \frac{n_q n_\varphi}{N} \cos(\omega t + \beta_2 + \Omega) + \frac{n_E n_\varphi}{N} \cos(\omega t + \beta_1 + \beta_2), \quad (3)$$

а из него найти значения  $n_q$  и  $\Omega$ .

Согласно приведенной выше схеме для резонансного взаимодействия электронов с ВЧ полем, рассчитаем  $n_E$ ,  $\xi(x)$  и  $\beta_1$ .

Известно что в двухбарьерных структурах коэффициент прохождения имеет четко выраженный резонансный характер. Пусть моноэнергетический поток электронов проходит через резонансный уровень с номером  $K$ , а частота электрического поля соответствует переходам на резонансный уровень с номером  $L$ . Возможны три основные ситуации:

1) переходы совершаются между уровнями, которые лежат выше дна зоны проводимости как левого (на входе), так и правого (на выходе) полупроводникового материала;

2) переходы совершаются на уровень, который лежит ниже дна зоны проводимости левого материала и выше дна зоны проводимости правого;

3) переходы совершаются с уровня, который лежит ниже дна зоны проводимости правого материала, на уровень, который лежит над дном зоны проводимости этого материала.

В первом случае  $\psi_{\pm}$  для данной структуры записываются в виде [7]

$$\psi_{\pm}(x) = \begin{cases} D_{\pm} \exp(-ik_0 x), & x < 0 \\ A_{\pm} \sin(k_{\pm} x) + B_{\pm} \cos(k_{\pm} x) + \chi_{\pm}(x), & 0 < x < a, \\ C_{\pm} \exp[ik_1(x-a)] + P_{\pm} \exp[ik_1(x-a)], & x > a \end{cases} \quad (4)$$

где

$$k_0 = (2m^* \mathcal{E} / \hbar^2)^{1/2}, \quad k = (2m^* (\mathcal{E} + U) / \hbar^2)^{1/2}, \quad k_1 = (2m^* (\mathcal{E} + U_1) / \hbar^2)^{1/2}, \\ k_{0\pm} = (2m^* (\mathcal{E} \pm \hbar\omega) / \hbar)^{1/2}, \quad k_{\pm} = (2m^* (\mathcal{E} + U \pm \hbar\omega) / \hbar)^{1/2}, \\ k_{1\pm} = (2m^* (\mathcal{E} + U_1 \pm \hbar\omega) / \hbar)^{1/2}; \quad P_{\pm} = \pm V(a) \psi_0(a) / \hbar\omega,$$

$\chi_{\pm}(x)$  – частные решения уравнения для  $\psi_{\pm}$  [5], а система уравнений для определения коэффициентов  $A_{\pm}$ ,  $B_{\pm}$ ,  $C_{\pm}$ ,  $D_{\pm}$  [7] имеет вид ( $y = 2m^* \alpha / \hbar^2$ )

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ ik_{0\pm} - y & k_{\pm} & 0 & 0 \\ 0 & \sin(k_{\pm} a) & \cos(k_{\pm} a) & -1 \\ 0 & -k_{\pm} \cos(k_{\pm} a) & k_{\pm} \sin(k_{\pm} a) & ik_{1\pm} - \gamma y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_{\pm} \\ A_{\pm} \\ B_{\pm} \\ C_{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} \quad (5)$$

где  $f_1 = \chi_{\pm}(0)$ ,  $f_2 = -\chi'_{\pm}(0)$ ,  $f_3 = P_{\pm} - \chi_{\pm}(a)$ ,  $f_4 = (\gamma y - ik_1) P_{\pm} + \chi'_{\pm}(a)$ . При  $y \gg k_{\pm}$  и величине волнового вектора, соответствующего резонансному уровню, когда определитель системы становится мал и равен  $\Delta \approx ik_{\pm} (k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm}) (-1)^{L+1} / \gamma$ , существенно вероятность переходов только между двумя уровнями (см. подробнее [5, 7]). Откуда, рассчитав значения функций  $f$  в (5) при  $V_{\pm}(x) = -qEx$  (см. [5]) и оставляя члены с максимальной степенью  $y$ , можно получить

$$D_{\pm} \approx \eta_1 n^{1/2} = \frac{qE}{im^* \omega^2 (k_{1\pm} + \gamma^2 k_{0\pm})} \eta_0 n^{1/2} \approx B_{\pm} \approx (-1)^{L+1} \gamma C_{\pm}, \\ A_{\pm} \approx \frac{y}{k_{\pm}} D_{1\pm}, \quad \eta_0 = \frac{2\gamma^2 k_0}{\gamma^2 k_0 + k_1}, \quad (6)$$

$$\Delta n(E) \approx \eta_0 |\eta_1| \frac{y^2 n}{k_{\pm} k} 2 \sin(\omega t) \sin(kx) \sin(k_{\pm} x), \quad (7)$$

если  $K - L$  – нечетное число, и коэффициенты малы, если  $K - L$  – четное. Согласно (7), возмущение концентрации электронов меняет знак на длине структуры и, поскольку  $q < 0$ , отстает на  $3\pi/2$  от изменения поля ( $\beta_1 = -3\pi/2$ ) и на  $\pi/2$  от изменения потенциала.

Из (6) для рассчитанной без учета пространственного заряда активной резонансной проводимости [5] можно получить:

$$\sigma_E \approx \sigma_{sim} \frac{8\gamma^6 k_0^2 k_{\pm}}{(\gamma^2 k_0 + k_1)^2 (\gamma^2 k_{0\pm} + k_{1\pm})}, \quad \sigma_{sim} \approx \pm \frac{8q^2 m^* \alpha^4 n}{\pi L \hbar^6 \omega^3} [1 - (-1)^{K-L}], \quad (8)$$

где  $\sigma_{sim}$  – резонансная проводимость симметричной структуры с постоянной высотой дна зоны проводимости и мощностью барьеров  $\alpha$  [5], знак плюс относится к переходам с нижнего уровня на верхний, знак минус – наоборот.

Для решения уравнения (3) по  $\Delta n(E)$  найдем возмущение концентрации  $\Delta n(\Delta n(E))$  и убедимся, что оно имеет ту же координатную зависимость, что и  $\Delta n(E)$ . Для изменения концентрации вида  $N \sin(kx) \sin(k_{\pm} x)$ , с учетом того, что на границе структуры поле пространственного заряда мало, потенциал имеет вид

$$\varphi_{N\pm}(x) = \frac{qN}{\epsilon} \left\{ \frac{\cos(k - k_{\pm})x}{2(k - k_{\pm})^2} - \frac{\cos(k + k_{\pm})x}{2(k + k_{\pm})^2} - \frac{2kk_{\pm}}{(k - k_{\pm})^2 (k + k_{\pm})^2} \right\}. \quad (9)$$

В структурах с тонкими и высокими барьерами ( $k \ll y$ ) при резонансных переходах с  $K$  на  $L$  уровни (далее для определенности считаем  $K > L$ )  $k \approx K\bar{k}$ ,

$k_- \approx L\bar{k}$ ,  $\omega \approx (K^2 - L^2)\omega_1$ , где  $\bar{k}$  – волновой вектор первого резонансного уровня,  $\omega_1 = \varepsilon_1/\hbar$ . Подставляя возмущение  $V_-(x) = q\varphi_{N-}(x)$  в (1) с учетом того, что  $k_-$  является характеристическим числом уравнения для  $\psi_-$  см. [5, 8], и введя обозначение  $V = q^2 N/\varepsilon\bar{k}^2$ , находим частное решение этого уравнения:

$$\begin{aligned} \chi_- = & -\frac{2KL}{(K^2 - L^2)^2} \frac{V}{\hbar\omega} \psi_0 - \\ & -\frac{V}{8\hbar\omega_1(K-L)^2 KL} \left\{ \psi_0 kx \sin(K-L)\bar{k}x + \left[ x\psi_0' + \frac{L}{K-L}\psi_0 \right] \cos(K-L)\bar{k}x \right\} - \\ & -\frac{V}{8\hbar\omega_1(K+L)^2 KL} \left\{ \psi_0 kx \sin(K+L)\bar{k}x + \left[ x\psi_0' + \frac{L}{K+L}\psi_0 \right] \cos(K+L)\bar{k}x \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Далее, из (5) получаем:

$$D_-(V) \approx (-1)^{L+1} \gamma C_-(V) \approx \frac{\gamma k_- \eta_0}{\Delta} \frac{Va(K^2 + L^2)}{4\hbar\omega(K^2 - L^2)KL} y^2 n^{1/2}, \quad A_-(V) \approx \frac{y}{k_-} D_-(V), \quad (11)$$

$$\Delta n(V) \approx \frac{Vay^4 \gamma \eta_0^2}{\hbar\omega k |\Delta|} \frac{K^2 + L^2}{2KL(K^2 - L^2)} \sin(\omega t) \sin(kx) \sin(k_- x), \quad (12)$$

откуда видно, что изменение концентрации электронов, вызванное потенциалом пространственного заряда, отстает от него на  $\pi/2$  ( $\beta_2 = -\pi/2$ ) и, как и предполагалось, имеет ту же форму, что и изменение концентрации, связанное с однородным электрическим полем. При этом для коэффициентов  $n_E$  и  $n_\varphi$  в уравнении (3) имеем

$$n_E = -\eta_0 |\eta_1| \frac{y^2 n}{k_- k}, \quad n_\varphi = \frac{q^2 N ay^4 n \gamma \eta_0^2}{\varepsilon \bar{k}^2 \hbar\omega k |\Delta|} \frac{K^2 + L^2}{4KL(K^2 - L^2)}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (3) с учетом того, что  $\beta_1 = -3\pi/2$ ,  $\beta_2 = -\pi/2$  (см. подробнее [5]), и введя обозначения

$$\zeta = \frac{|\sigma_E|}{\omega\varepsilon}, \quad \rho_{KL} = \frac{\pi^2(K^2 + L^2)(K^2 - L^2)^2}{64K^2L^2}, \quad (14)$$

можно получить:

$$D_- = D_-(E) \left\{ \frac{1}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2} - i \frac{\rho_{KL} \zeta}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2} \right\}, \quad (15)$$

$$\frac{H(a, t)}{q} = -aE \left\{ \frac{1 + (\rho_{KL}^2 - \rho_{KL})\zeta^2}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2} - i \frac{\zeta}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2} \right\} e^{i\omega t} + \text{к.с.} \quad (16)$$

Таким образом, изменению потенциала (16) соответствует возмущенная часть волновой функции (4) с коэффициентами  $B_- \approx D_- \approx (-1)^{L+1} \gamma C_-$ ,  $A_- \approx \approx yD_-/k_-$ . Отсюда для удельной активной проводимости  $G$ , вычисляемой по отношению к амплитуде приложенного к структуре переменного напряжения [4, 5], находим:

$$G = \frac{\sigma_E}{a} \frac{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2}{1 + (1 + 2\rho_{KL}^2 - 2\rho_{KL})\zeta^2 + \rho_{KL}^2(1 - \rho_{KL})^2 \zeta^4} \quad (17)$$

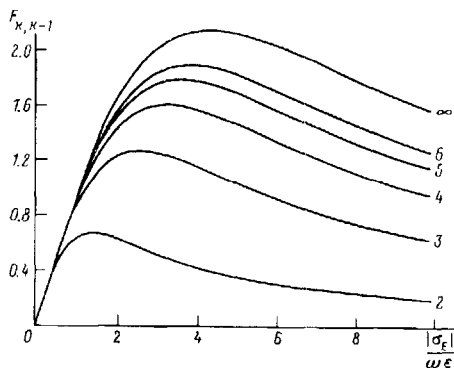
или

$$G = \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} \frac{\zeta + \rho_{KL}^2 \zeta^3}{1 + (1 + 2\rho_{KL}^2 - 2\rho_{KL})\zeta^2 + \rho_{KL}^2(1 - \rho_{KL})^2 \zeta^4} \approx \pm \frac{\omega\varepsilon}{a} F_{KL}(\zeta). \quad (18)$$

Аналогичным образом легко показать, что во втором и третьем случаях

$$\sigma_E \approx \sigma_{sim} \frac{8\gamma^4 k_0^2 k_-}{(\gamma^2 k_0 + k_1)^2 k_{1-}}, \quad \sigma_E \approx \sigma_{sim} \frac{8\gamma^2 k_+}{\gamma^2 k_{0+} + k_{1+}}, \quad (19)$$

соответственно, величина высокочастотной проводимости также определяется формулой (18). Таким образом, независимо от параметров структуры, мощности барьеров и величины разрыва зон на них, влияние динамического пространственного заряда на резонансное взаимодействие электронов с высокочастотным полем в двухбарьерных структурах определяется исключительно номерами уровней, между которыми совершаются переходы, и отношением величины полевой проводимости структуры  $\sigma_E$  (8), (19), рассчитанной без учета пространственного заряда к  $\omega\epsilon$ . Зависимости  $F_{K,K-1}(\zeta)$  приведены на рисунке. Видно, что величина активной проводимости имеет максимум, который тем больше, чем больше номер уровня. Максимально возможное значение проводимости достигается при  $K \rightarrow \infty$ :  $|G_{max}| \approx 2.14 \cdot \omega\epsilon/a$  (соответствующее значение  $|\sigma_E| \approx 4.3 \cdot \omega\epsilon$ ). Как и следовало ожидать, при малых значениях проводимости ( $\zeta < 0.7 \cdot \zeta_{max}$ ) пространственный заряд слабо влияет на вероятность переходов между уровнями (здесь  $\zeta_{max}$  — значение аргумента, при котором величина проводимости максимальна). При дальнейшем увеличении параметра  $|\sigma_E|/\omega\epsilon$  пространственный заряд вначале ограничивает вероятность переходов, а затем приводит к ее уменьшению.



Зависимость функции  $F_{K,K-1}$  от параметра  $|\sigma_E|/\omega\epsilon$ . Цифрами обозначены номера резонансных уровней, с которых совершаются переходы

Влияние плазменных колебаний должно проявляться тем раньше и сказываться тем сильнее, чем больше величина параметра  $\rho_{KL}$ , то есть чем меньше номера уровней и больше разность их квантовых чисел. Действительно, при  $\rho_{KL} \gg 1$  (то есть при  $K - L \geq 3$ ) функция  $F_{KL}$  с точностью порядка  $1/\rho_{KL}$  аппроксимируется выражением

$$F_{KL} \approx \frac{\zeta}{1 + \rho_{KL}^2 \zeta^2}, \quad (20)$$

которое имеет максимум  $(F_{KL})_{max} = 1/2\rho_{KL}$  при  $\zeta = 1/\rho_{KL}$ . Более строгий анализ выражения (18) показывает, что максимум функции  $F_{KL}$  достигается при  $\zeta \approx 1/\rho_{KL} + 1/\rho_{KL}^2$ , причем

$$(F_{KL})_{max} \approx \frac{1}{2\rho_{KL}} \left( 1 + \frac{1}{\rho_{KL}} \right), \quad (21)$$

откуда следует, что динамический пространственный заряд резко ограничивает вероятность переходов с изменением номера уровня больше чем на единицу. Так, при  $K \rightarrow \infty$  максимальное значение функции  $F_{K,K-1}$  более чем в 40 раз превосходит максимальное значение  $F_{K,K-3}$  и более чем в 120 раз максимальное значение  $F_{K,K-5}$ . При этом величина проводимости оказывается много меньше  $\omega\epsilon$  (более чем в 20 раз для  $K - L = 3$ , и более чем в 60 раз при

$K - L = 5$ ). Таким образом, в двухбарьерных структурах наблюдается новый весьма неожиданный и интересный эффект – аномальное подавление плазменными колебаниями вероятности резонансных переходов между уровнями, чьи номера отличаются более чем на единицу.

Объяснить это явление можно следующим образом. Проводимость двухбарьерной структуры  $\sigma_E$ , рассчитанная без учета пространственного заряда (8), (19), пропорциональна  $\omega^{-3}$ , а пространственный заряд, индуцированный постоянным полем (6), (7),  $\propto \omega^{-2}$ . В свою очередь, частота резонансных переходов пропорциональна разности квадратов номеров резонансных уровней. Поэтому при фиксированном значении проводимости с ростом разности номеров уровней, между которыми совершаются переходы, пространственный заряд, соответствующий данному значению  $\sigma_E$ , резко возрастает, что в свою очередь ведет к сильному уменьшению величины проводимости, при которой влияние пространственного заряда становится существенным, а следовательно, и максимальной возможной величины проводимости.

Если окажется, что аналогичный эффект имеет место и в других квантоворазмерных структурах (многобарьерных и непрямоугольных), то это может оказаться серьезным препятствием на пути создания эффективных электронных приборов, работающих на резонансных переходах с большим изменением квантовых чисел.

Автор благодарен Е.И.Голанту за внимание к работе и полезные замечания.

Данная работа поддерживается Российским фондом фундаментальных исследований, проект 94-02-04449, и Научным Советом по программе "Физика твердотельных наноструктур", проект 1-050.

- 
1. M. Buttiker and R. Landauer, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1739 (1982).
  2. M. J. Hagman, *J. Appl. Phys.* **78**, 25 (1995).
  3. J. Faist et al., *Appl. Phys. Lett.* **64**, 1144 (1994).
  4. А.Б.Пашковский, *ФТП* **29**, 1712 (1995).
  5. А.Б.Пашковский, *ЖЭТФ* **109**, 1779 (1996).
  6. Е.И.Голант, А.Б.Пашковский, А.С.Тагер, *Письма в ЖТФ* **20**(№21), 74 (1994).
  7. Е.И.Голант, А.Б.Пашковский, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 559 (1996).
  8. Р.С.Гутер, Я.Р.Янпольский, *Дифференциальные уравнения*, М.: Физматгиз, 1962, с.196.