Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 4, стр. 151 – 154 *25 августа 1985 г.*

КОЛЕБАНИЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА A И B ФАЗ СВЕРХТЕКУЧЕГО ^{3}He

А.В.Маркелов

Рассмотрена гидродинамика границы раздела A и B фаз сверхтекучего ^{3}He. Предсказано существование двух слабозатухающих поверхностных мод.

Граница раздела сосуществующих A и B фаз ^{3}He дает, по-видимому, уникальный пример границы раздела двух сверхтекучих жидкостей. Особенности поведения рассматриваемой системы связаны с наличием конденсата. Атомы ^{3}He, находящиеся в конденсате могут термодинамически равновесно туннелировать через границу, представляющую собой потенциальный барьер с высотой порядка энергетической щели Δ. Диссипативный же ток через границу, связанный с надконденсатными частицами экспоненциально мал (с точностью $\sim \exp \cdot (-\Delta/T)$) из-за экспоненциального уменьшения плотности с температурой в B фазе и упругого отражения квазичастиц с энергией меньшей Δ при столкновении с границей в A фазе. Поэтому, в отличие от обычных жидкостей, в нашем случае существует двухпараметрическое семейство голдстоуновских преобразований, сохраняющих энергию системы. Это, во-первых, однородное смещение поверхности раздела при неподвижной жидкости, а, во-вторых, перетекание жидкости при неподвижной границе. Таким образом, в спектре колебаний границы A и B фаз следует ожидать две слабозатухающие моды.

Мы выведем спектр колебаний при $T = 0$. Поскольку энергия A фазы уменьшается $\sim \chi H^2$ в магнитном поле, а энергия B фазы практически не изменяется, такая ситуация реально достижима в полях $\sim 10^4$ Гс. Пусть граница раздела задается уравнением $z = \zeta(x, t)$ (причем в равновесии $z = 0$), A фаза занимает полупространство $z > \zeta$, B фаза – $z < \zeta$, нормаль к границе $\mathbf{n}$ направлена из B фазы в A, магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельно оси $\hat{z}$. Исходим из линеаризованных законов сохранения [1]

количества вещества

$$\rho_s^A(v_z^A - \dot{\zeta}) = \rho_s^B(v_z^B - \dot{\zeta}) \tag{1}$$

z – компоненты потока импульса

$$p^A - p^B = \alpha_{ij}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_i \partial x_j} \tag{2}$$

и закона сохранения энергии с точностью до величины второго порядка малости

$$\dot{\epsilon}_s + \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} = (Q_z^B - E^B\dot{\zeta}) - (Q_z^A - E^A\dot{\zeta}),$$

$$\epsilon_s = \frac{1}{2}\tilde{\alpha}_{ij}\frac{\partial\zeta}{\partial x_i}\frac{\partial\zeta}{\partial x_j} + \frac{\rho_s^{A^2}}{2I}(v_z^A - \dot{\zeta})^2 + \epsilon_s^s , \tag{3}$$

$$E^A = \mu^A\rho^A - p^A + \mu_Б s_z^A H; \quad E^B = \mu^B\rho^B - p^B + \mu_Б s_z^B H; \quad \psi_i = -\tilde{\alpha}_{ij}\frac{\partial\zeta}{\partial x_j}\dot{\zeta},$$

$$Q_z^A = \mu^A\rho^A v_z^A + \frac{\hbar\rho_s^A}{4m^2}(\hbar\dot{\theta}_z^A + 2\mu_Б H)\,\partial_z\theta_z^A; \quad Q_z^B = \mu^B\rho^B v_z^B + \frac{\hbar\rho_s^B}{10m^2}(\hbar\dot{\theta}_z^B + 2\mu_Б H)\,\partial_z\theta_z^B$$

здесь все величины, относящиеся к A и B фазам обозначены соответствующими значками, $\rho, p, \mu, \mu_Б, E, \mathbf{Q}$ – плотность, давление, химпотенциал, ядерный магнетон, энергия и поток объемной энергии; вторые члены в E и $\mathbf{Q}$ – энергия и поток энергии, связанные со спиновыми переменными; ϵ_s, $\vec{\psi}$ – поверхностная энергия и поток поверхностной энергии. Индексы i, j пробегают значения 1, 2. Во втором члене в ϵ_s мы учли джозефсоновскую энергию в квадратном приближении. Поскольку энергия Джозефсона является внутренней энергией, она определена в системе координат, связанной с движущейся границей. Третий член в ϵ_s – поверхностная энергия, связанная со спиновыми переменными. Равновесное граничное условие [2] фиксирует спиновые координаты A и B фаз таким образом, что $(\mathbf{n}\cdot R(\vec{\omega}, \theta_L)\cdot\mathbf{d}) = 1$. ($R(\vec{\omega}, \theta_L)$) – матрица поворота спинового пространства относительно орбитального вокруг $\vec{\omega}$ на угол $\theta_L = \arccos\left(-\frac{1}{4}\right)$, $\mathbf{d}$ – ось спиновой анизотропии A фазы. Из симметрии ясно, что $\epsilon_s^s = \beta(1 - \mathbf{n}\cdot R(\vec{\omega}, \theta_L)\cdot\mathbf{d})$, где $\beta \sim g_D\zeta_0$. В магнитном поле $\mathbf{H} \parallel \hat{z}$ сохраняется только s_z компонента спина. Динамически сопряженной величиной к s_z является угол поворота параметра порядка θ_z. Расписывая ϵ_s^s через малые приращения и выделяя часть, связанную с θ_z будем иметь $\epsilon_s^s = \frac{\beta}{2}(\theta_z^A - \theta_z^B)^2$.

Дополним систему (1) – (3) условиями сохранения z компонент спиновых токов на границе A и B фаз [1]

$$\frac{\hbar}{2m^2}\rho_s^A(\partial_z\theta_z^A) - \frac{\chi^A H\dot{\zeta}}{\mu_Б} = \frac{\beta}{\hbar}(\theta_z^A - \theta_z^B), \tag{4}$$

$$\frac{\hbar}{5m^2}\rho_s^B(\partial_z\theta_z^B) - \frac{\chi^B H\dot{\zeta}}{\mu_Б} = \frac{\beta}{\hbar}(\theta_z^A - \theta_z^B)$$

здесь χ^A, χ^B — восприимчивости A и B фаз. Первые члены в правых частях — объемные спиновые токи, вторые — равновесная намагниченность. Левая сторона уравнений — "джозефсоновский" спиновый ток через границу. Учет жидкокристаллической анизотропии во всех формулах (1) – (3) просто сводился к переопределению поверхностной энергии α_0 на поверхностную "жесткость". $\widetilde{\alpha}_{ij} = \alpha_0\delta_{ij} + \alpha_1 l_i l_j$ l – вектор орбитальной анизотропии A фазы. Уравнение (3) с помощью (1) – (2) удобно преобразовать в виде

$$\rho_s^A(v_s^A - \dot{\zeta})\left\{\frac{\rho_s^A}{I}(\dot{v}_z^A - \ddot{\zeta}) - (\mu^B - \mu^A)\right\} + \frac{\hbar H\dot{\zeta}}{2\mu_Б}(\chi^A\dot{\theta}_z^A - \chi^B\dot{\theta}_z^B) = 0. \qquad (5)$$

Обсудим уравнения в объеме A и B фаз. Как будет следовать из решения, скорость искомых мод гораздо меньше скорости звука, что позволяет воспользоваться уравнениями несжимаемой жидкости. Вводя потенциал скоростей $v_i^{A,B} = (\hbar/2m)(\partial\varphi^{A,B}/\partial x_i)$, получаем уравнение Лапласа $\Delta\varphi^{A,B} = 0$, решением которого является $\varphi^{A,B} = \widetilde{\varphi}^{A,B}\exp\{\mp kz + ik_jx_j - i\omega t\}$. Разность сверхтекучих плотностей $\delta\rho_s$ A и B фаз определяется различной структурой параметра порядка и при $T = 0$ мала в меру $\delta\rho_s/\rho \sim (\Delta/\epsilon_F)^2$. Обозначая $\rho_s^A = \rho_s^B = \rho$ из (1) имеем $v_z^A = v_z^B$ и $\widetilde{\varphi}^A = -\widetilde{\varphi}^B$.

Колебания границы ищем в виде $\zeta = \widetilde{\zeta}\exp\{ik_jx_j - i\omega t\}$ и, учитывая, что $\delta p^{A,B} = \rho\delta\mu^{A,B} = -\dfrac{\hbar}{2m}\rho\dfrac{\partial\varphi^{A,B}}{\partial t}$ имеем фурье образ сохранения потока импульса (2)

$$i\omega\frac{\hbar\rho}{m}\widetilde{\varphi} = -\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_j\widetilde{\zeta}.$$

Равновесный в объеме B фазы параметр порядка с $\vec{\omega} \parallel \mathbf{H}$ восстанавливается на магнитной длине ξ_m, причем для полей $> 10^4$ Гс; $\xi_m < \xi_D$. Локализация спиновых колебаний в обеих фазах происходит на расстояниях $\sim \xi_D$. Поэтому мы воспользуемся решением уравнений спиновой динамики для однородной текстуры, что для колебаний зависящих от координат и времени по закону $\theta_z^{A,B} = \widetilde{\theta}_z^{A,B}\exp\{\mp kz - ik_jx_j - i\omega t\}$ дает $k_z^A = \Omega^A/c_A$; $k_z^B = \Omega^B/c^B$ вплоть до волновых векторов $k \sim 10^5$ см$^{-1}$. В уравнениях (4) "джозефсоновский" спиновый ток в правой части при полях $\sim 10^4$ Гс в меру $g_D\xi_0\mu_Б/\hbar\chi Hc \sim 10^{-5}$ мал по сравнению с членами в левой части, что определяет связь между амплитудой спиновых колебаний и скоростью движения границы:

$$\widetilde{\theta}_z^A = \frac{2m^2\chi_A c_A H}{\hbar\rho\mu_Б\Omega_A} \quad ; \quad \widetilde{\theta}_z^B = \frac{5m^2\chi_B c_B H}{\hbar\rho\mu_Б\Omega_B}.$$

Собирая вместе выписанные граничные условия и подставляя в закон сохранения энергии в формуле (5) будем иметь дисперсионное уравнение:

$$\left(\omega^2 - \frac{\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_jk}{2\rho} - \frac{I\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_j}{\rho^2}\right)\left(\omega^2 - \frac{\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_jk}{2\rho}\right) + \frac{Im^2\xi_D H^2}{4\rho^3\mu_Б^2}(\chi_A^2 - \chi_B^2)\omega^4 = 0. \qquad (6)$$

Дисперсионное уравнение дает две моды колебаний. С учетом того, что третий член в первой скобке велик по сравнению со вторым окончательно получим для главных по k членов в законах дисперсии:

$$\omega_1^2 = \frac{\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_jk}{2\rho}\,; \qquad \omega_2^2 = \frac{I\widetilde{\alpha}_{ij}k_ik_j}{\rho^2}\left\{1 + \frac{Im^2\xi_D H^2}{4\rho^3\mu_Б^2}(\chi_A^2 - \chi_B^2)\right\}^{-1}. \qquad (7)$$

Первая мода — "обычная" волна на границе раздела двух жидкостей: вторая – аналог плазменных колебаний в распределенных джозефсоновских структурах. Для оценки скорости последней моды воспользуемся известным из теории БКШ выражением для константы Джозефсона [3]. Имеем $I \sim (m^2 \epsilon_F^2 / \hbar^2 V^2)\Delta$, где $V \sim \Delta\xi_0$ – эффективный потенциальный барьер. Таким образом $I \sim 10^5$ г·см$^{-4}$; $\alpha \sim (\Delta^2/\epsilon_F)\, n\xi_0 \sim 10^{-5}$ эрг·см$^{-2}$; $c \sim$ $\sim (\alpha I)^{1/2}/\rho \sim 10$ см · с$^{-1}$. Оценка выражения в фигурной скобке дает $\{1 + 10^{-8} H^2\}^{-1}$.

В заключение выражаю глубокую благодарность А.Ф.Андрееву и М.Ю.Кагану за ценные обсуждения на всех этапах работы.

Литература

1. *Brinkman W.F., Cross M.C.* In: Progress in Low Temperature Physics. (Ed.D.F. Brewer-Amsterdam; North-Holland 1978 – VII a. p. 105; *Минеев В.П.,* УФН, 1983, **139,** 301; *Воловик Г.Е.* УФН, 1984, **143,** 73.
2. *Кросс М.К.* Квантовые жидкости и кристаллы (Сб. статей ред. А.С. Боровика-Романова, М.: Мир, 1979, с. 96.
3. *Кулик И.О., Янсон И.К.* Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 июня 1985 г