Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 4, стр. 169 – 172 *25 августа 1985 г.*

ВЛИЯНИЕ БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИИ НА НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ В ГАЗЕ

Ю.Каган, Б.В.Свистунов, Г.В.Шляпников

Показано, что из-за изменения структуры волновой функции начального состояния вероятность неупругого процесса в бозе-газе резко падает с появлением бозе-конденсата. В газе спин-поляризованного атомарного водорода это ведет к уменьшению скорости трехчастичной дипольной рекомбинации и открывает возможность для обнаружения фазового перехода.

1. Наличие бозе-конденсата должно в общем случае существенно менять вероятность неупругих процессов, протекающих в системе бозе-частиц. Простые соображения позволяют легко понять это утверждение. Действительно, рассматривая отдельный элементарный процесс, в котором участвуют несколько тождественных частиц, мы должны провести соответст-

вующую симметризацию волновой функции. Если частицы находятся в конденсате, то такая симметризация не нужна, и, как следствие этого, меняется амплитуда перехода.

Это явление оказывается очень существенным для такой системы, как спин-поляризованный атомарный водород ($H\downarrow$), остающийся газом вплоть до температуры $T = 0$. Будучи метастабильной, эта система распадается за счет неупругих процессов деполяризации и рекомбинации, которые при отсутствии конденсата были подробно рассмотрены в [1]. Как было предсказано теоретически [1, 2] и обнаружено экспериментально [3–5], в газе $H\downarrow$ существует неустранимый беспороговый канал распада, связанный с трехчастичной рекомбинацией через виртуальное изменение спиновой конфигурации за счет диполь-дипольного взаимодействия. Вероятность этого процесса при понижении температуры (но при T выше температуры бозе-конденсации T_c) вообще перестает зависеть от T. Как выяснится ниже, в бозе-конденсате вероятность трехчастичной рекомбинации падает в 6 раз, что заметно уменьшает скорость распада.

Пожалуй самое существенное, что при этом возникает возможность детектировать появление бозе-конденсата и измерить его плотность по падению скорости рекомбинации с понижением T. Это тем более важно, что трудность достижения области бозе-конденсации может диктовать очень нетривиальную геометрию эксперимента (см., например, [6, 7]).

В работе непосредственно анализируется влияние бозе-конденсата на процессы, происходящие в объеме. Однако, аналогичное падение скорости неупругих процессов имеет место и в двумерной газовой фазе, образующейся при адсорбции на поверхности. При $T = 0$ это очевидно, поскольку образуется обычный бозе-конденсат. Но и при конечной температуре, когда в обычном смысле конденсата нет, наличие "квазиконденсата" (конденсат с флуктуирующей фазой) при температуре ниже точки фазового перехода приводит качественно к тем же результатам (подробный анализ будет опубликован отдельно). Это обстоятельство очень важно для системы спин-поляризованного атомарного водорода, поскольку трехчастичная дипольная рекомбинация в поверхностной фазе (адсорбированной на гелии) во многих случаях является ведущим каналом распада всего газа $H\downarrow$ (см. [1, 2, 4, 5, 7]). При этом возникает возможность детектировать фазовый переход и в двумерной системе, условия для которого реализовать существенно легче.

2. Рассмотрим процесс трехчастичной дипольной рекомбинации в газе $H\downarrow$, приводящий к образованию молекулы H_2^* и атома H с кинетическими энергиями, большими по сравнению с T. Если обозначить через $\hat{H}'$ гамильтониан взаимодействия, отвечающий за этот переход, то, предполагая скорость рекомбинации малой, для числа переходов в единицу времени имеем ($\hbar = 1$)

$$W = 2\pi \sum_{i,f} \rho_i \,|\langle f|\hat{H}'|i\rangle|^2\, \delta(E_f - E_i) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \sum_i \rho_i \langle i|\hat{H}'(0)\hat{H}'(t)|i\rangle , \qquad (1)$$

где

$$\hat{H}'(t) = e^{i\hat{H}_0 t}\hat{H}' e^{-i\hat{H}_0 t}.$$

$\hat{H}_0$ – гамильтониан системы в пренебрежении $\hat{H}'$; ρ_i – равновесная матрица плотности.

В [1] было найдено выражение для амплитуды такого трехчастичного процесса в газовом приближении $nR_0^3 \ll 1$ (R_0 – эффективный радиус межатомного взаимодействия, n – плотность частиц). При достаточно низких температурах, когда для теплового импульса k_T выполняется условие $k_T R_0 \ll 1$, эта амплитуда вообще перестает зависеть от начальных импульсов частиц. В этих условиях для отдельного канала перехода, соответствующего определенному возбужденному состоянию молекулы и определенной поляризации третьей частицы, вершину в $\hat{H}'$ можно заменить на постоянное значение $\widetilde{V}$, отвечающее этой амплитуде, а само взаимодействие считать точечным. Предполагая, что все частицы находятся в одном спиновом состоянии, гамильтониан $\hat{H}'$ во вторичном квантовании запишем в виде

$$\hat{H}' = \tilde{V}\int d\mathbf{r}\,\hat{\varphi}^{+}(\mathbf{r})\,\hat{\Psi}^{+}(\mathbf{r})\,\hat{\Psi}(\mathbf{r})\,\hat{\Psi}(\mathbf{r})\,\hat{\Psi}(\mathbf{r}) + \text{э.с.}$$

Здесь $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ и $\hat{\varphi}(\mathbf{r})$ – Ψ – операторы соответственно для атомов H и молекул H_2. Рассматривая движение возбужденной молекулы и быстрого атома в конечном состоянии как свободное с энергией соответственно $(k_1^2/4m) - E_0$ и $k_2^2/2m$ (m – масса атома, E_0 – энергия связи возбужденной молекулы) и принимая во внимание, что эти состояния не заселены, преобразуем коррелятор в (1):

$$< i|\hat{H}'(0)\hat{H}'(t)|i> = |\tilde{V}|^2 \sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \langle i|\hat{\Psi}^{+}(\mathbf{r}_2,0)\hat{\Psi}^{+}(\mathbf{r}_2,0)\hat{\Psi}^{+}(\mathbf{r}_2,0)\,\cdot$$

$$\cdot\,\hat{\Psi}(\mathbf{r}_1,t)\hat{\Psi}(\mathbf{r}_1,t)\hat{\Psi}(\mathbf{r}_1,t)|i> e^{i(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}\, e^{i\left(\frac{k_2^2}{2m}+\frac{k_1^2}{4m}-E_0\right)t} \tag{3}$$

Масштаб расстояния, на котором меняется коррелятор в (3), соответствует обычной корреляционной длине в бозе-газе, которая при $T \to 0$ равна $(na)^{-1/2}$, где a – длина рассеяния, а при заметных T – температурной де-бройлевской длине волны λ_T. Интегрирование по импульсам k_1 и k_2 в (3), масштаб которых диктуется величиной E_0, делает эффективными расстояния $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, гораздо меньшие корреляционных длин. Поэтому в корреляторе можно положить $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$. Выполняя интегрирование по $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в явном виде и возвращаясь к исходному выражению (1), находим

$$W = 6|\tilde{V}|^2 n^3 \sum_{\mathbf{k}} \int_{-\infty}^{\infty} dt K(t)\, e^{i\left(\frac{3k^2}{4m} - E_0\right)t}\ ; \tag{4}$$

$$K(t) = \frac{1}{6n^3}\sum_i \rho_i < i|\hat{\Psi}^{+}(0,0)\hat{\Psi}^{+}(0,0)\hat{\Psi}^{+}(0,0)\hat{\Psi}(0,t)\hat{\Psi}(0,t)\hat{\Psi}(0,t)|i>. \tag{5}$$

Основной вклад в интеграл (4) дают времена $t \sim (1/E_0)$. Этот временной масштаб мал по сравнению с временами $(4\pi an/m)^{-1}$ и $1/T$, характерными для временных корреляций во взаимодействующем бозе-газе. Отсюда непосредственно следует, что фактически рассматриваемая задача определяется корреляционной функцией $K(0)$. При этом

$$W = W_0 K(0);$$

$$W_0 = 12\pi|\tilde{V}|^2 n^3 \sum_{\mathbf{k}} \delta\left(\frac{3k^2}{4m} - E_0\right). \tag{6}$$

Вероятность W_0 совпадает с найденной для трехчастичной рекомбинации в [1], если ее просуммировать по возможным каналам переходов. При этом корреляционная функция $K(0)$ остается для всех каналов одной и той же.

Заметим, что структура результатов (5), (6) одинакова для любых неупругих трехчастичных процессов при условии, что кинетическая энергия частиц в конечном состоянии велика по сравнению с T.

3. Рассмотрим температурную зависимость $K(0)$ при $T < T_c$. С этой целью, как обычно (см., например, [8]), представим Ψ – оператор в виде

$$\hat{\Psi} = \Psi_0 + \hat{\Psi}',$$

где Ψ_0 – волновая функция конденсата, а $\hat{\Psi}'$ относится только к надконденсатным частицам. Подставляя это выражение в (5) и вычисляя коррелятор в приближении идеального газа, получаем

$$K(0) = \frac{1}{6n^3}\left[n_0^3 + 9n_0^2 n' + 18 n_0 n'^2 + 6n'^3\right]. \tag{7}$$

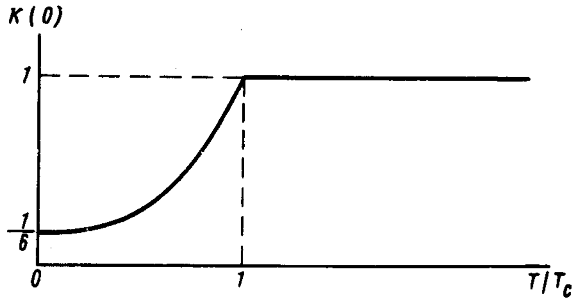
Здесь $n_0 = |\Psi_0|^2$ – плотность конденсата; $n'(T) = \langle \hat{\Psi}'^{+}(0,0)\hat{\Psi}'(0,0)\rangle$ — плотность надконденсатных частиц; $n_0 + n' = n$. Выражение (7) справедливо и при $T > T_c$, если учесть, что в этой области $n_0 = 0$. При этом $K(0) = 1$. Если $T = 0$, то мы имеем $n' = 0$ и

$$K(0) = 1/6. \tag{8}$$

При учете слабой неидеальности бозе-газа мы можем воспользоваться преобразованием Боголюбова [9] и перейти от операторов поглощения (рождения) $\hat{a}_k$ частиц в $\hat{\Psi}'(0,0) = \sum_{k\neq 0} \hat{a}_k$ к операторам квазичастиц $\hat{b}_k$, $\hat{b}_k^+$ и соответственно к новому вакууму, после чего коррелятор (5) снова вычисляется непосредственно. При $T = 0$ имеем

$$K(0) = \frac{1}{6}\left(1 + \frac{64}{\sqrt{\pi}}\sqrt{na^3}\right), \tag{9}$$

что соответствует первой поправке по газовому параметру. Следует отметить, что при вычислении $K(0)$ теперь приходится учитывать перенормировку вершины в $\hat{H}'$ (2) с тем, чтобы устранить формальную расходимость на больших импульсах, возникающую при учете аномальных средних вида $\langle \Psi'\Psi' \rangle$. (Эта процедура аналогична общепринятой в теории слабовзаимодействующего бозе-газа. — см., например, [8]).



Результаты (8), (9) свидетельствуют о том, что в конденсате скорость трехчастичных неупругих процессов падает приблизительно в 6 раз. Таким образом, при понижении температуры скорость сначала выходит на константу при $k_T R_0 \ll 1$, а затем при $T < T_c$ начинает резко падать. Почти во всей области температур зависимость $K(0)$ от T будет определяться выражением (7) с характерным для идеального газа значением $n' = n(T/T_c)^{3/2}$ (см. рисунок). Отклонение от этой зависимости имеет место только для очень низких температур $T \sim (an/m)$, когда число надконденсатных частиц за счет температурного возбуждения и за счет взаимодействия частиц оказывается одного порядка.

Появление резкой температурной зависимости скорости трехчастичной рекомбинации при $T < T_c$ открывает уникальную экспериментальную возможность для обнаружения фазового перехода с образованием бозе-конденсата в газе H↓.

Литература

1. *Каган Ю., Вартаньянц И.А., Шляпников Г.В.* ЖЭТФ, 1981, **81**, 1113.
2. *Каган Ю., Шляпников Г.В., Вартаньянц И.А., Глухов Н.А.* Письма в ЖЭТФ, 1982, **35**, 386.
3. *Sprik R., Walraven J.T.M., Silvera I.F.* Phys. Rev. Lett., 1983, **51**, 479.
4. *Hess H.F., Bell D.A., Kochanski G.P., Kleppner D., Cline R.W., Greytak T.J.* Phys. Rev. Lett., 1983, **51**, 483.
5. *Hess H.F., Bell D.A., Kochanski G.P., Kleppner D., Greytak T.J.* Phys. Rev. Lett., 1984, **54**, 1520.
6. *Каган Ю., Шляпников Г.В., Глухов Н.А.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **40**, 287.
7. *Каган Ю., Шляпников Г.В., Глухов Н.А.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **41**, 197.
8. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Статистическая физика, часть 2. (Теория конденсированного состояния), М.: Наука, 1978.
9. *Боголюбов Н.Н.* J. Phys. (USSR), 1947, **11**, 23.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
8 июля 1985 г.