Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.3, стр.231 - 236 © 1997г. 10 февраля

# ЭФФЕКТ ОБРАЩЕНИЯ ВРЕМЕНИ ПРИ НАМАГНИЧИВАНИИ АТОМА РЕЗОНАНСНЫМ СВЕТОВЫМ ИМПУЛЬСОМ

*А.И.Алексеев*

*Московский государственный инженерно-физический институт*
*115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 декабря 1996 г.

Показано, что четная зависимость светоиндуцированного магнитного момента от расстройки резонанса $\omega - \omega_{ba}$ в случае кругового импульса и изотропного начального состояния атома и его нечетная зависимость от $\omega - \omega_{ba}$ в случае линейно поляризованного импульса и анизотропного начального состояния в виде выстраивания атома являются следствием симметрии по отношению к обращению времени $t \to -t$ и начальных условий в момент времени $t = 0$. Эта фундаментальная закономерность позволяет в ряде случаев определять векторные свойства светоиндуцированного магнитного момента и его зависимость от времени $t$ и $\omega - \omega_{ba}$ без детального решения уравнения для матрицы плотности и без вычисления суммы по проекциям угловых моментов в формуле намагничивания атома светом.

PACS: 32.80.-t

1. Для атома в электромагнитном поле, описываемом векторным потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ с равным нулю скалярным потенциалом, имеет место симметрия по отношению к обращению времени, если одновременно выполняются замены

$$t \to -t, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, -t) \to -\mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \tag{1}$$

которые оставляют неизменным электрическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и меняют знак магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$. Эта симметрия выражается в том, что после замен (1) совместно с заменой волновой функции $\Psi$ на комплексно сопряженную $\Psi^*$ уравнение Шредингера в отсутствие постоянного магнитного поля не меняется [1]. При этом плотность электрического тока в атоме с учетом спина электронов меняет знак. Поэтому магнитный момент атома также меняет знак, оставаясь неизменным по модулю.

2. Пусть при $0 \leq t \leq \tau$ атом взаимодействует с электрическим полем резонансного кругового импульса

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} a(t') \exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)] + \text{к.с.}, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda}\mathbf{l}^*_{\mathbf{k}\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \mathbf{l}_{-\mathbf{k}\lambda} = \mathbf{l}^*_{\mathbf{k}\lambda}, \quad t' = t - \mathbf{kr}/\omega,$$

$\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda}$ – вектор правокруговой при $\lambda = 1$ и левокруговой при $\lambda = -1$ поляризаций, $a(t')$ – вещественная амплитуда, являющаяся медленной функцией по сравнению с $\exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)]$ и $t = 0$ – момент времени прихода переднего фронта импульса (2) в точку $\mathbf{r} = 0$ расположения центра инерции атома (ядра). Частота $\omega$ близка частоте $\omega_{ba} = (E_b - E_a)\hbar^{-1}$ дипольного перехода, где $E_a$ и $E_b$ – энергии основного и возбужденного уровней атома. Наряду с энергиями, состояние атома с нулевым спином ядра характеризуется квантовыми числами $J_a$ и $J_b$ углового момента $\mathbf{J}$ и его проекциями $M_a$ и $M_b$ на ось квантования. Длительность $\tau$ импульса (2) мала по сравнению с радиационным временем жизни возбужденного состояния, что позволяет пренебречь релаксацией. В системе координат центра инерции эволюция атома описывается матрицей плотности $\rho = \Psi^*(q', t)\Psi(q, t)$, где $q$ – совокупность переменных при описании состояния атома. В дипольном приближении матрица плотности $\rho = \rho(q', q, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}[H_0' - \mathbf{d}'\mathbf{E}(0,t) - H_0 + \mathbf{d}\mathbf{E}(0,t)]\rho, \tag{3}$$

где $H_0$ – гамильтониан свободного атома и $\mathbf{d}$ – оператор его дипольного момента. В начальный момент времени $t = 0$ до прихода импульса (2) атом находился в изотропном состоянии, которое в $JM$-представлении описывается матрицей плотности $\rho = \rho(t)$ при $t = 0$ с компонентами

$$\rho_{M_b M_a}(0) = \rho_{M_b M_b'}(0) = 0, \quad \rho_{M_a M_a'}(0) = (2J_a + 1)^{-1}\delta_{M_a M_a'}. \tag{4}$$

Магнитный момент атома в $JM$-представлении вычисляется по формуле

$$\vec{\mu}(t) = -\mu_B \mathrm{Sp}(g\rho\mathbf{J}), \tag{5}$$

где $\mu_B$ – магнетон Бора и $g$ – гиромагнитный множитель.

Если амплитуда $a(t)$ является четной функцией времени $a(-t) = a(t)$, то задание ее в области $0 \le t \le \infty$ в виде $a(t)$ при $0 \le t \le \tau$ и $a(t) = 0$ при $\tau < t \le \infty$ равноценно заданию этой амплитуды на всей оси времени $-\infty \le t \le \infty$. Тогда поле $\mathbf{E}(0,t)$ в (3) также определено в области $-\infty \le t \le \infty$ и не меняется при одновременных заменах

$$t \to -t, \qquad \mathbf{k} \to -\mathbf{k}. \tag{6}$$

Если $a(t)$ в заданном интервале $0 \le t \le \tau$ зависит от $t$ произвольно и $a(t) = 0$ для $\tau < t \le \infty$, то формально определим амплитуду $a(t)$ на отрицательной полуоси времени $-\infty \le t \le 0$ так: $a(t) = a(-t)$ при $-\tau \le t \le 0$ и $a(t) = 0$ при $-\infty \le t \le -\tau$. Для атома в поле (2) с $\mathbf{r} = 0$ имеет место симметрия по отношению к обращению времени, так же как в случае (1). Тогда уравнение Шредингера с гамильтонианом $H_0 - \mathbf{d}\mathbf{E}(0,t)$ после замен (6) и $\Psi \to \Psi^*$ не меняется. Уравнение (3) после замен (6) и $\rho \to \rho^*$ также не меняется. Однако магнитный момент атома (5) меняет знак $\vec{\mu}(-t) = -\vec{\mu}(t)$. Это свойство магнитного момента получено без использования начальных условий (4). Между тем в данной задаче момент времени $t = 0$ представляет собой начальный момент времени взаимодействия атома с полем (2) в интервале $0 \le t \le \tau$. Поэтому здесь при наличии симметрии по отношению к обращению времени начало отсчета $t = 0$ на оси времени в (6) является физически выделенным моментом времени. Если вычислить магнитный момент (5) в нестационарном режиме при помощи (3)–(5), то кроме упомянутого свойства $\vec{\mu}(-t) = -\vec{\mu}(t)$ можно найти другие закономерности $\vec{\mu}(t)$, обусловленные симметрией по отношению к обращению времени (6) и начальными условиями при $t = 0$.

Из симметрии атома в поле кругового импульса (2) с учетом (4) вытекает, что индуцированный светом магнитный момент (5) пропорционален единственному в этом случае аксиальному вектору

$$i\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \times \mathbf{l}^*_{\mathbf{k}\lambda} = (\mathbf{k}/k)\lambda\beta, \tag{7}$$

где $\beta$ – единичный псевдоскаляр, равный $\beta = 1$ в правой и $\beta = -1$ в левой системах координат. Кроме того, решая операторное уравнение (3) с учетом (4) по теории возмущений во втором порядке по $\mathbf{E}(0,t)$, убеждаемся, что при $0 \le t \le \tau$ матрицы плотности на основном и возбужденном уровнях имеют одинаковую зависимость от времени $t$ и расстройки резонанса $\Delta = \omega - \omega_{ba}$, описываемую интегралом $I(t)$ в виде

$$\rho_{M_a M_a'}(t) = R_{M_a M_a'} I(t) + \text{э.с.}, \quad \rho_{M_b M_b'}(t) = R_{M_b M_b'} I(t) + \text{э.с.}, \tag{8}$$

где

$$I(t) = \int_0^t d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_1 a^*(\tau_2) a(\tau_1) \exp[i\Delta(\tau_2 - \tau_1)],$$

$R_{M_a M_a'}$ и $R_{M_b M_b'}$ – некоторые матрицы. Если подставить матрицы (8) в формулу (5), то магнитный момент $\vec{\mu}(t)$ разбивается на сумму слагаемых, пропорциональных $I(t)$ или $I^*(t)$. Эти слагаемые должны содержать $I(t)$ и $I^*(t)$ в такой комбинации, чтобы после замен (6) выполнялось равенство $\vec{\mu}(-t) = -\vec{\mu}(t)$. Отсюда вытекает, что благодаря (7) искомый вектор $\vec{\mu}(t)$ пропорционален сумме $I(t) + I^*(t)$. Следовательно, магнитный момент (5) с учетом (7) и (8) можно представить так:

$$\vec{\mu}(t) = -(\mathbf{k}/k)\lambda\beta M_0 X_0(t, \Delta), \tag{9}$$

где

$$X_0(t, \Delta) = (\tau a_0)^{-2}[I(t) + I^*(t)], \tag{10}$$

$a_0$ – максимальное значение величины $|a(t)|$ в заданном интервале $0 \le t \le \tau$, $M_0$ – постоянная с размерностью магнитного момента, зависящая от характеристик резонансного перехода, и $X_0(t, \Delta)$ – универсальная функция времени $t$ и расстройки резонанса $\Delta = \omega - \omega_{ba}$, не зависящая от атомных характеристик.

Векторные свойства $\vec{\mu}(t)$ в (9) обусловлены симметрией атома в поле кругового импульса (2) при наличии начальных условий (4), что приводит к аксиальному вектору (7). Между тем четная зависимость $\vec{\mu}(t)$ от $\Delta$ обусловлена симметрией по отношению к обращению времени (6) при наличии аксиального вектора (7). Постоянная $M_0$ определяется путем детального вычисления матриц плотности (8) при решении уравнения (3) с учетом (4) и последующего суммирования в (5) по проекциям угловых моментов атома на основном и возбужденном уровнях. Найденные закономерности $\vec{\mu}(t)$ с более сложной зависимостью от $t$ и $\Delta$ выполняются также вне рамок теории возмущений для ультракороткого прямоугольного кругового импульса, как это следует из [2] при строгом решении задачи в отсутствие релаксации.

3. Рассмотрим намагничивание атома резонансным линейно поляризованным импульсом:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{l}_{\mathbf{k}} a(t') \exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)] + \text{к.с.}, \tag{11}$$

где $\mathbf{l}_{\mathbf{k}}$ – единичный вектор поляризации, не зависящий от замены волнового вектора $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$. Другие физические величины в (11) те же, что и в (2). Поскольку импульс (11) не намагничивает атом в изотропном начальном состоянии (4), предположим, что до взаимодействия с импульсом (11) атом был оптически поляризован сильным резонансным линейно поляризованным импульсом с волновым вектором $\mathbf{k}_0$, коллинеарным $\mathbf{k}$, и единичным вектором поляризации $\mathbf{l}_0$, не зависящим от замены $\mathbf{k}_0 \to -\mathbf{k}_0$. Тогда начальные условия для уравнения (3) в $JM$-представлении имеют вид

$$\rho_{M_b M_a}(0) = \rho_{M_b M'_b}(0) = 0, \quad \rho_{M_a M'_a}(0) = \rho^{al}_{M_a M'_a}, \tag{12}$$

где матрица плотности $\rho^{al}_{M_a M'_a}$ описывает начальную оптическую поляризацию атома, которая называется выстраиванием (см., например, [3]). Здесь выстраивание атома характеризуется двумя ортогональными осями симметрии, из которых первая ось направлена вдоль $\mathbf{l}_0$, а вторая ось коллинеарна $\mathbf{k}_0$. В этом случае при взаимодействии атома с импульсом (11) существует единственный отвечающий данной симметрии аксиальный вектор, определяющий направление магнитного момента (5) и имеющий вид

$$\mathbf{l}_0 \times \mathbf{l}_{\mathbf{k}} = (\mathbf{k}/k)\sin\varphi_{\mathbf{k}}, \tag{13}$$

где положительное направление отсчета угла $\varphi_{\mathbf{k}}$ от орта $\mathbf{l}_0$ к орту $\mathbf{l}_{\mathbf{k}}$ – по часовой стрелке, если смотреть вдоль $\mathbf{k}$. Поэтому при замене $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$ имеем $\varphi_{-\mathbf{k}} = -\varphi_{\mathbf{k}}$, что характеризует угол $\varphi_{\mathbf{k}}$ как псевдоскаляр. Кроме того, из двух ортогональных осей симметрии только одна имеет заданное направление $\mathbf{l}_0$, а направление второй оси не задано (равноправно). Направление третьей оси, ортогональной к указанным двум, также не задано и равноправно. Отсюда следует, что для предварительно выстроенного атома магнитный момент (5) не должен меняться при выборе $\mathbf{l}_{\mathbf{k}}$ параллельно или антипараллельно третьей оси. Этим двум направлениям $\mathbf{l}_{\mathbf{k}}$ отвечают углы поворота $\varphi_{\mathbf{k}} = \pi/2$ и $\varphi_{\mathbf{k}} = -\pi/2$. Инвариантность магнитного момента (5) относительно таких поворотов в условиях данной симметрии достигается после умножения аксиального вектора (13) на $\cos\varphi_{\mathbf{k}}$. Таким образом, искомый магнитный момент (5) в рассматриваемом случае пропорционален следующему аксиальному вектору:

$$(\mathbf{k}/k)\sin(2\varphi_{\mathbf{k}}), \tag{14}$$

Для начальных условий (12) зависимость матриц плотности (8) от $t$ и $\Delta$ остается в силе при других значениях $R_{M_a M'_a}$ и $R_{M_b M'_b}$ по сравнению с (4). Учтем также, что для предварительно выстроенного атома в поле линейно поляризованного импульса (11) имеет место симметрия по отношению к обращению времени (6), которая приводит к равенству $\vec{\mu}(-t) = -\vec{\mu}(t)$. Это равенство возможно только в том случае, если после подстановки матриц плотности (8) в формулу (5) величины $I(t)$ и $I^*(t)$ входят в $\vec{\mu}(t)$ в виде вещественной комбинации $i[I^*(t) - I(t)]$. В итоге магнитный момент (5) для предварительно выстроенного атома имеет вид

$$\vec{\mu}(t) = -(\mathbf{k}/k)\sin(2\varphi_{\mathbf{k}})M_2 X_2(t,\Delta), \tag{15}$$

где

$$X_2(t,\Delta) = i(\tau a_0)^{-2}[I^*(t) - I(t)].$$

Здесь постоянная $M_2$ с размерностью магнитного момента вычисляется путем суммирования в (5) по проекциям угловых моментов. Индекс 2 у постоянной $M_2$ и универсальной функции $X_2(t,\Delta)$ выбран так, чтобы он совпадал с рангом поляризационного мультипольного момента, характеризующего выстраивание атома в (12). Векторные свойства магнитного момента в (15) найдены как следствие симметрии, существующей при взаимодействии предварительно выстроенного атома с линейно поляризованным импульсом (11). Между тем нечетная зависимость от $\Delta$ в формуле (15) обусловлена симметрией по отношению к обращению времени (6) при наличии начальных условий (12), приводящих к аксиальному вектору (14).

4. Из изложенного вытекает следующая общая закономерность. Если индуцированный резонансным световым импульсом магнитный момент $\vec{\mu}(t)$ пропорционален аксиальному вектору (7), то он является четной функцией расстройки резонанса $\Delta$ с максимумом при $\Delta = 0$. Если $\vec{\mu}(t)$ пропорционален аксиальному вектору, инвариантному относительно замены $\mathbf{k} \to -\mathbf{k}$, то $\vec{\mu}(t)$ является нечетной функцией $\Delta$ с максимумом при $0 < |\Delta|$. Найденная закономерность носит фундаментальный характер, поскольку получена как следствие симметрии атома в поле резонансного светового импульса (2) или (11), а также симметрии по отношению к обращению времени (6) с учетом начальных условий при $t = 0$. Эта закономерность в ряде случаев позволяет определить векторные свойства магнитного момента (5) и его зависимость от $t$ и $\Delta$ с точностью до общего множителя с размерностью магнитного момента без детальных вычислений по теории возмущений.

Если амплитуда $a(t)$ является нечетной функцией времени $a(-t) = -a(t)$, то задание ее в области $0 \leq t \leq \infty$ равносильно заданию этой амплитуды на всей оси времени $-\infty \leq t \leq \infty$. Однако она должна входить в формулы (2) и (11) в виде $a(t)\exp(i\pi/2)$ или $a(t)\exp(-i\pi/2)$, чтобы замены (6) не меняли электрические поля (2) и (11). В этом случае проведенные рассуждения и формулы (9) и (15) с интегралом $I(t)$ остаются в силе после замены $a(t) \to a(t)\exp(\pm i\pi/2)$.

5. Пусть в лабораторной системе координат центр инерции атома в момент времени $t$ находится в точке $\mathbf{r}$ внутри некоторого объема. Передний фронт кругового импульса (2) пересекает граничную точку $\mathbf{r}_0$ этого объема в момент времени $t_0$ и достигает точки $\mathbf{r}$ расположения атома в момент времени $t$. Распространение кругового импульса (2) в данном объеме описывается формулой

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} a(t') \exp(-i\omega t') + \text{к.с.}, \tag{16}$$

где

$$t' = t - t_0 - \mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \tag{17}$$

Здесь амплитуда $a(t')$ задана при $0 \leq t' \leq \tau$ и $a(t') = 0$ – при $\tau < t' \leq \infty$ и определяется на всей оси времени $-\infty \leq t' \leq \infty$ аналогично рассуждениям в пункте 2. Передний фронт импульса (16) проходит центр инерции атома с нулевым аргументом амплитуды $a(t')$ и нулевой фазой $-i\omega t' = 0$, как и в случае (2). Если атом в точке $\mathbf{r}$ в момент времени $t$ имеет скорость $\mathbf{v}$, то его состояние описывается уравнением

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)\rho = \frac{i}{\hbar}[H_0' - \mathbf{d}'\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - H_0 + \mathbf{d}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]\rho, \tag{18}$$

которое не меняется при одновременных заменах

$$t \to -t, \quad t_0 \to -t_0, \quad \mathbf{k} \to -\mathbf{k}, \quad \rho \to \rho^*, \quad \mathbf{v} \to -\mathbf{v}. \tag{19}$$

Следовательно, для атома, движущегося со скоростью $\mathbf{v}$, имеет место симметрия по отношению к обращению времени (19), которая сопровождается заменой $t' \to -t'$. При этом матрица плотности $\rho$ в соответствии с (16) и (17) является функцией $t'$, а передний фронт импульса (16) проходит центр инерции атома в момент времени $t = t_0 + \mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ или $t' = 0$. Причем начальное значение $\rho = \rho(t')$ при $t' = 0$ имеет вид (4). Повторяя рассуждения, приведшие к формулам (7)-(10), получим с учетом доплеровского сдвига $\mathbf{kv}$ частоты $\omega$, что магнитный момент (5) движущегося атома дается формулой (9) с заменами

$$t \to t', \quad \Delta \to \Delta - \mathbf{kv}. \tag{20}$$

Линейно поляризованный импульс (11) в данном объеме имеет вид (16) с заменой $\mathbf{l}_{\mathbf{k}\lambda} \to \mathbf{l}_{\mathbf{k}}$. Он индуцирует магнитный момент у движущегося атома, равный величине (15) с заменами (20).

Применим полученные результаты к газу одинаковых атомов, находящихся в указанном объеме. Тогда найдем, что светоиндуцированная намагниченность $\vec{\mu}_q(t')$ этого газа при распространении кругового и линейно поляризованного импульсов запишется, соответственно, так:

$$\vec{\mu}_q(t') = -\mathbf{L}_q N M_q \int f(v) X_q(t', \Delta - \mathbf{kv}) d\mathbf{v}, \tag{21}$$

где

$$q = 0, 2, \quad \mathbf{L}_0 = (\mathbf{k}/k)\lambda\beta, \quad \mathbf{L}_2 = (\mathbf{k}/k)\sin(2\varphi_{\mathbf{k}}),$$

$N$ - плотность атомов, $f(v)$ - распределение Максвелла и $t'$ - время с учетом запаздывания волны, определенное в (17). При обращении времени (19) выполняется равенство $\vec{\mu}_q(-t') = -\vec{\mu}_q(t')$, а величина $\vec{\mu}_q(t')$ является четной при $q = 0$ и нечетной при $q = 2$ функцией расстройки резонанса $\Delta$, как и в случае (9) и (15).

В экспериментах с газом [4] и твердым телом [5] светоиндуцированная намагниченность измерялась в относительных единицах. Если использовать экспериментальный метод [4,5], то не вычисленные постоянные $M_0$ и $M_2$ не влияют на исследование векторных свойств светоиндуцированной намагниченности (21) и ее зависимости от $t'$ и $\Delta$ в интервале времени $0 \le t' \le \tau$.


1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, М.: Наука, 1974.
2. А.И.Алексеев, Опт. и спектр. **75**, 842 (1993).
3. А.И.Алексеев, ЖЭТФ **106**, 1319 (1994).
4. А.А.Дабагян, М.Е.Мовсесян, Р.Е.Мовсесян, Письма в ЖЭТФ **29**, 586 (1979).
5. Р.Г.Усманов, Е.П.Хаймович, Опт. и спектр. **79**, 378 (1995).